

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 4

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului $90 - 90 : 10$ este egal cu
- 5p 2. Opt kilograme de cartofi costă 16 lei. Patru kilograme de cartofi de același fel costă ... lei.
- 5p 3. Cel mai mare număr natural divizibil cu 3 din mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ este
- 5p 4. Perimetrul paralelogramului $ABCD$ este de 24 cm. Dacă $AB = 8$ cm, atunci lungimea laturii AD este egală cu ... cm.
- 5p 5. În *Figura 1* este reprezentată o piramidă patrulateră regulată $VABCD$. Unghiul determinat de dreptele AC și BD are măsura de ...°.

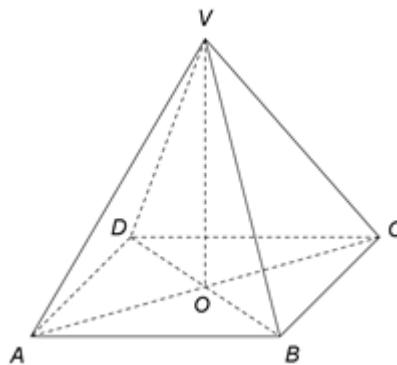


Figura 1

- 5p 6. În tabelul de mai jos este prezentată situația statistică a notelor obținute de elevii unei clase a VIII-a la teza de matematică pe semestrul I.

Nota la teză	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Număr de elevi	0	0	0	2	4	5	6	5	4	4

Conform tabelului, în semestrul I, media notelor obținute de elevii clasei a VIII-a la teza de matematică este egală cu ...

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un cub $ABCD A'B'C'D'$.
- 5p 2. Arătați că media aritmetică a numerelor $x = \left(\frac{8}{\sqrt{18}} + \frac{6}{\sqrt{2}} \right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{13}$ și $y = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{5}{\sqrt{147}} \right) : \frac{\sqrt{3}}{14}$ este egală cu 1.
- 5p 3. La o florărie, vânzătoarea observă că, dacă grupează toate florile câte 15 și toate florile câte 21, îi rămâne de fiecare dată câte o floare. Determinați câte flori sunt în florărie, știind că numărul lor este cuprins între 550 și 710.
4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 9$.
- 5p a) Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de coordonate xOy .
- 5p b) În sistemul de coordonate xOy , determinați abscisa punctului care aparține graficului funcției f , știind că punctul are ordonata egală cu 3.
- 5p 5. Se consideră expresia $E(x) = \frac{1}{x-1} - \left(\frac{x+1}{x-1} + \frac{x-1}{x+1} - 2 \right) : \frac{4}{x+1}$, unde x este număr real, $x \neq -1$ și $x \neq 1$. Arătați că $E(x) = 0$, pentru orice x număr real, $x \neq -1$ și $x \neq 1$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. În *Figura 2* sunt reprezentate un pătrat $ABCD$ și un triunghi dreptunghic isoscel AEB cu $m(\angle AEB) = 90^\circ$ și $AE = 4\sqrt{2}$ cm. Punctul F este simetricul punctului C față de punctul D .

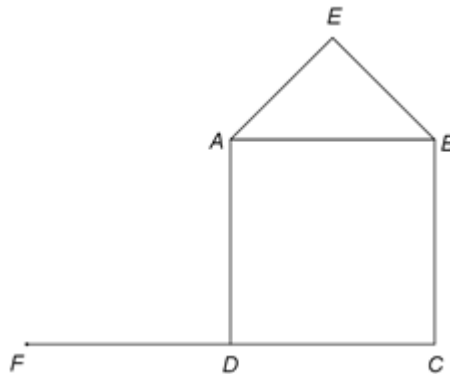


Figura 2

- 5p a) Arătați că $AB = 8$ cm .
5p b) Demonstrați că punctele E , A și F sunt coliniare.
5p c) Arătați că, dacă P este punctul de intersecție a dreptelor AC și DE , atunci P este mijlocul segmentului DE .
2. În *Figura 3* este reprezentat un paralelipiped dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ cu $AB = 20$ cm, $AD = 10$ cm și $AA' = 10$ cm. Punctele M , N , P , Q sunt mijloacele segmentelor AB , DC , $D'C'$ și, respectiv, $A'B'$.

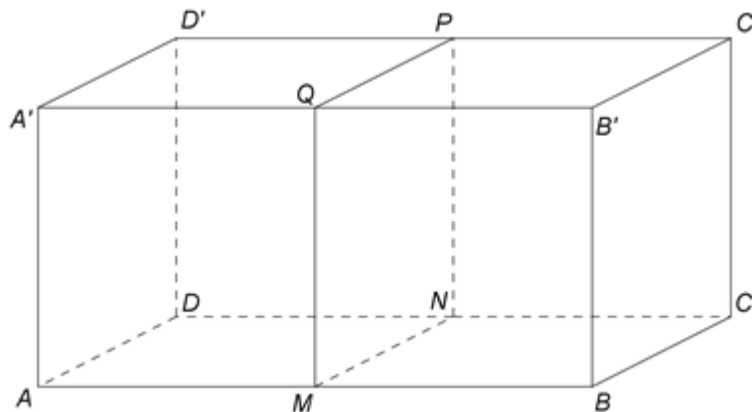


Figura 3

- 5p a) Arătați că volumul paralelipipedului dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ este egal cu 2000 cm^3 .
5p b) Determinați lungimea segmentului AC' .
5p c) Demonstrați că unghiul dintre planele (AMQ) și (ANP) are măsura de 45° .

T4 - 2020 - REZOLVARE

SUBIECTUL I: 1) $90 - 90 : 10 = 90 - 9 = 81$;

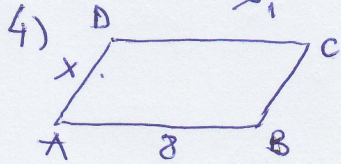
2) 3kg ---- 16 lei

4kg ---- x

$$x = \frac{4 \cdot 16}{3} = 8 \text{ (lei)}$$

(p.d.)

3) $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$; $6 : 3$
Cel mai mare nr. divizibil cu 3 din
multimea A este 6.

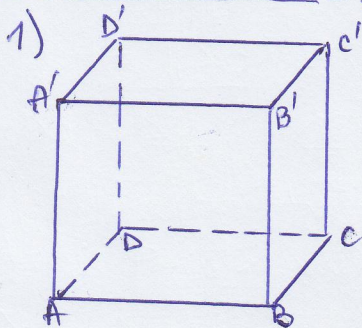


$$P_{ABCD} = 2 \cdot 8 + 2 \cdot x = 16 + 2x = 24 \Leftrightarrow 2x = 24 - 16 \Leftrightarrow 2x = 8 \Leftrightarrow x = 8 : 2 \Leftrightarrow x = 4; AD = 4 \text{ cm}$$

5) ABCD : pătrat, $AC \perp BD$ (diagonalele pătratului sunt perpendiculare), deci $m(\widehat{AC; BD}) = 90^\circ$.

6) Media ponderată: $m = \frac{0 \cdot 1 + 0 \cdot 2 + 0 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + 6 \cdot 7 + 5 \cdot 8 + 4 \cdot 9 + 4 \cdot 10}{0 + 0 + 0 + 2 + 4 + 5 + 6 + 5 + 4 + 4} = \frac{0 + 0 + 0 + 8 + 20 + 30 + 42 + 40 + 36 + 40}{30} = \frac{216}{30} = \frac{72}{10} = 7,2$

SUBIECTUL al II-lea:



$$\begin{aligned} 1) \quad x &= \left(\frac{8}{\sqrt{18}} + \frac{6}{\sqrt{2}} \right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{13} = \left(\frac{8}{3\sqrt{2}} + \frac{6}{\sqrt{2}} \right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{13} = \left(\frac{8}{3\sqrt{2}} + \frac{18}{3\sqrt{2}} \right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{13} = \frac{26}{3\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{13} = \frac{2}{3} \\ y &= \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{5}{\sqrt{147}} \right) : \frac{\sqrt{3}}{14} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{5}{7\sqrt{3}} \right) \cdot \frac{14}{\sqrt{3}} = \frac{7-5}{7\sqrt{3}} \cdot \frac{14}{\sqrt{3}} = \frac{2}{7\sqrt{3}} \cdot \frac{14}{\sqrt{3}} = \frac{2 \cdot 2}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

$$m_a = \frac{x+y}{2} = \left(\frac{2}{3} + \frac{4}{3} \right) : 2 = \frac{6}{3} : 2 = 2 : 2 = 1, \text{ g.e.d.}$$

3) Notăm cu n numărul florilor. Atunci $(n-1) : 15$ și $(n-1) : 21$, deci $(n-1)$ este un multiplu comun al numerelor 15 și 21, astfel ca n să fie cuprins între 550 și 710.

Aflăm c.m.m.m.c. al numerelor 15 și 21:

Cealți multipli comuni sunt:

- $2 \cdot 105 = 210$
- $3 \cdot 105 = 315$
- $4 \cdot 105 = 420$
- $5 \cdot 105 = 525$
- $6 \cdot 105 = 630$
- $7 \cdot 105 = 735$
- etc.

$$\begin{aligned} 15 &= 3 \cdot 5 \\ 21 &= 3 \cdot 7 \\ \hline \text{c.m.m.m.c.} &= 3 \cdot 5 \cdot 7 = 105. \end{aligned}$$

Dintre aceștia, cuprinși între numerele date, ne convine 630.
Deci $n-1 = 630$ și atunci numărul florilor este $n = 631$.

4) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x + 9$

a) $G_f \cap Ox: f(x) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3x + 9 = 0 \Leftrightarrow 3x = -9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = -3, \text{ deci } A(-3; 0) \in G_f.$

$G_f \cap Oy: f(0) = 3 \cdot 0 + 9 = 9,$

deci $B(0; 9) \in G_f.$

x	0	-3
f(x)	9	0

b) Din grafic se observă că

$M(-2; 3) \in G_f.$

Intr-adevar

$f(-2) = 3 \cdot (-2) + 9 = -6 + 9 = 3,$

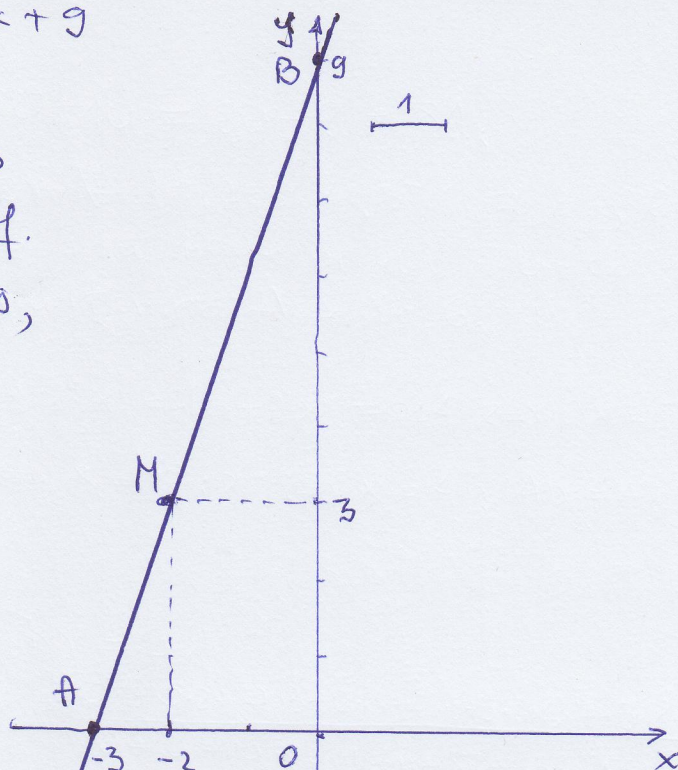
deci abscisa punctului de $G_f.$

pe grafic care are ordonata egală cu 3 este -2.

Obs: Cu exactitate, căutăm $M(a; 3) \in G_f. \Rightarrow$

$\Rightarrow f(a) = 3 \Leftrightarrow 3 \cdot a + 9 = 3 \Leftrightarrow 3a = 3 - 9 \Leftrightarrow 3a = -6 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow a = \frac{-6}{3} \Leftrightarrow a = -2. \text{ Deci } M(-2; 3) \in G_f, \text{ având abscisa}$
egală cu -2 și ordonata egală cu 3.



5) $E(x) = \frac{1}{x-1} - \left(\frac{\frac{1}{x+1}}{\frac{x-1}{x+1}} + \frac{\frac{x-1}{x+1}}{-2} \right) : \frac{4}{x+1}, x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\};$

$E(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{(x+1)^2 + (x-1)^2 - 2(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)} : \frac{4}{x+1} =$

$= \frac{1}{x-1} - \frac{[(x+1) - (x-1)]^2}{(x-1)(x+1)} : \frac{4}{x+1} = \frac{1}{x-1} - \frac{(\cancel{x+1} - \cancel{x+1})^2}{(x-1)(x+1)} : \frac{4}{x+1} =$

$= \frac{1}{x-1} - \frac{2^2}{(x-1)(x+1)} : \frac{4}{x+1} = \frac{1}{x-1} - \frac{4}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{x+1}{4} =$

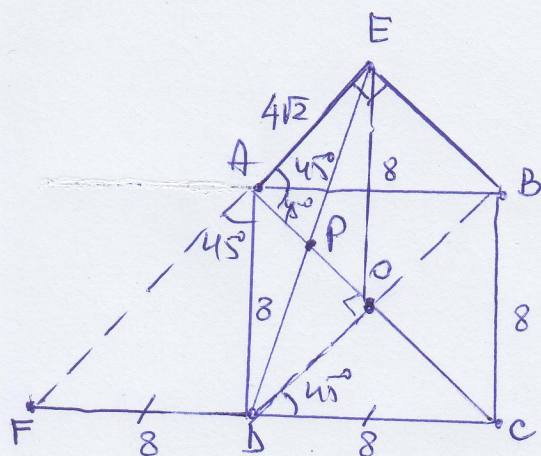
$= \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-1} = 0, \text{ deci } E(x) = 0 \text{ pentru orice } x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$

Obs: Se putea calcula direct numărătorul:

$(x+1)^2 + (x-1)^2 - 2(x-1)(x+1) = \underline{x^2 + 2x + 1} + \underline{x^2 - 2x + 1} - 2x^2 + 2 = \underline{4} \text{ etc.}$

SUBIECTUL a) III-lea:

1.)



a) T.P. în $\triangle EAB$ dreptunghiuc isoscel $\Rightarrow$
(sau $AB = a\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 4 \cdot 2 = 8(\text{cm})$)

$$\Rightarrow AB^2 = AE^2 + EB^2 = (4\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{2})^2 =$$

$$= 2 \cdot (4\sqrt{2})^2 = 2 \cdot 16 \cdot 2 = 4 \cdot 16 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{4 \cdot 16} = 2 \cdot 4 = 8(\text{cm}), \text{ g.e.d.}$$

b) $m(\widehat{EAB}) = 45^\circ$ ($\triangle EAB$ fiind dr. isoscel)

F: simetricul lui C față de D $\Rightarrow$
 $\Rightarrow C, D, F$: coliniare și $CD = DF = 8\text{cm}$.
 $AD = DF = 8\text{cm} \Rightarrow \triangle DAF$ dr. isoscel $\Rightarrow$

$$\Rightarrow m(\widehat{DAF}) = 45^\circ.$$

$m(\widehat{BAD}) = 90^\circ$. Avem atunci $m(\widehat{EAF}) = m(\widehat{EAB}) + m(\widehat{BAD}) +$
 $+ m(\widehat{DAF}) = 45^\circ + 90^\circ + 45^\circ = 180^\circ$, deci E, A, F : coliniare, g.e.d.

c) Ducem diagonala $[DB]$ și notăm cu O intersecția lui AC cu BD.

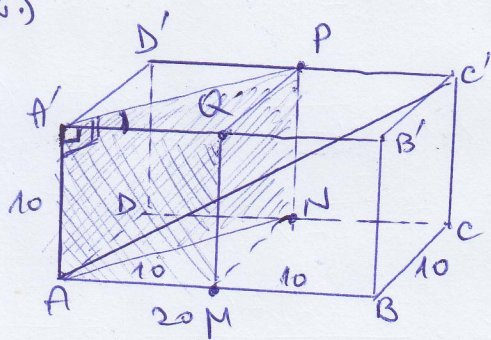
$$m(\widehat{EAO}) = m(\widehat{EAB}) + m(\widehat{BAO}) = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$$

$$m(\widehat{DOA}) = 90^\circ \text{ (diag. pătratului sunt perpendiculare)} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \underline{AE \parallel DO}$ ($\widehat{EAO} \equiv \widehat{DOA}$ și sunt, totodată, alterne interne).

$DO = \frac{DB}{2} = \frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}(\text{cm}) \Rightarrow \underline{DO = AE}$. Atunci $DOEA$: paralelogram, iar $[AO]$ și $[DE]$ fiind diagonalele lui, se înjumătățesc, deci P este mijlocul lui $[DE]$, g.e.d.

2.)



a) $V = L \cdot l \cdot i = AB \cdot BC \cdot AA' = 20 \cdot 10 \cdot 10 =$
 $= 2000(\text{cm}^3), \text{ g.e.d.}$

b) AC' este diagonală paralelipipedului.

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

$$AC'^2 = AB^2 + BC^2 + AA'^2 = 20^2 + 10^2 + 10^2 =$$

$$= 400 + 100 + 100 = 600$$

$$AC' = \sqrt{600} = \sqrt{100 \cdot 6} = 10\sqrt{6}(\text{cm}).$$

c) Planele (AMQ) și (ANP) formează unghiul diedru cu muchia AA' .

Cele două perpendiculare pe muchie în același punct al muchiei sunt $QA' \perp AA'$, respectiv $PA' \perp AA'$, ultima perpendicularitate reiese din $T3 \perp$: $PD' \perp (ADD')$
 $D'A' \perp A'A \Rightarrow PA' \perp AA'$

Deci $m[(AMQ), (ANP)] = m(\widehat{PA'Q}) = 45^\circ$ pentru că $A'QPD'$: pătrat.
($A'Q = A'D' = 10$; $A'D' \perp A'Q$),
g.e.d.

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 4

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	81	5p
2.	8	5p
3.	6	5p
4.	4	5p
5.	90	5p
6.	7,2	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	Desenează cubul Notează cubul $ABCD A'B'C'D'$	4p 1p
2.	$x = \left(\frac{8}{3\sqrt{2}} + \frac{6}{\sqrt{2}} \right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{13} = \frac{26}{3\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{13} = \frac{2}{3}$ $y = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{5}{7\sqrt{3}} \right) \cdot \frac{14}{\sqrt{3}} = \frac{2}{7\sqrt{3}} \cdot \frac{14}{\sqrt{3}} = \frac{4}{3} \Rightarrow m_a = \frac{\frac{2}{3} + \frac{4}{3}}{2} = 1$	2p 3p
3.	Numerele 15 și 21 sunt divizori ai numărului $n-1$, unde n este numărul de flori și $c.m.m.m.c.\{15, 21\} = 105$, deci $n-1$ este divizibil cu 105 Cum n este cuprins între 550 și 710, obținem $n = 105 \cdot 6 + 1 = 631$ de flori	3p 2p
4.	a) Reprezentarea unui punct care aparține graficului funcției f Reprezentarea altui punct care aparține graficului funcției f Trasarea graficului funcției f	2p 2p 1p
	b) $A(a, 3)$ aparține graficului funcției f , deci $f(a) = 3$, de unde obținem $3a + 9 = 3$ $a = -2$	3p 2p
5.	$\frac{x+1}{x-1} + \frac{x-1}{x+1} - 2 = \frac{(x+1)^2 + (x-1)^2 - 2(x^2-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{4}{(x-1)(x+1)}$ $E(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{4}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{x+1}{4} = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-1} = 0, \text{ pentru orice } x \text{ număr real, } x \neq -1 \text{ și } x \neq 1$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) $AB^2 = AE^2 + EB^2 =$ $= 32 + 32 = 64 \Rightarrow AB = 8 \text{ cm}$	3p 2p
----	--	----------

	b) $\triangle AEB$ este dreptunghic isoscel, deci $m(\sphericalangle BAE) = 45^\circ$	1p
	Cum $FD = DC$ și $DC = AD$, $\triangle AFD$ este dreptunghic isoscel, deci $m(\sphericalangle FAD) = 45^\circ$	2p
	$m(\sphericalangle FAE) = m(\sphericalangle FAD) + m(\sphericalangle DAB) + m(\sphericalangle BAE) = 45^\circ + 90^\circ + 45^\circ = 180^\circ$, deci punctele E , A și F sunt coliniare	2p
	c) $m(\sphericalangle ABD) = 45^\circ \Rightarrow \sphericalangle ABD \equiv \sphericalangle EAB$, deci $AE \parallel BD$ și, cum $DO = \frac{BD}{2} = 4\sqrt{2} \text{ cm}$, unde $\{O\} = AC \cap BD \Rightarrow DO = AE$, obținem $ADOE$ este paralelogram $\{P\} = DE \cap AO$ și DE , AO sunt diagonale în paralelogram, deci P este mijlocul segmentului DE	3p 2p
2.	a) $V_{\text{paralelipiped}} = AB \cdot AD \cdot AA' =$ $= 20 \cdot 10 \cdot 10 = 2000 \text{ cm}^3$	3p 2p
	b) $CC' \perp (ABC)$ și $AC \subset (ABC)$, deci $CC' \perp AC$ $AC = 10\sqrt{5} \text{ cm}$ și $CC' = 10 \text{ cm}$, deci $AC' = \sqrt{AC^2 + CC'^2} = 10\sqrt{6} \text{ cm}$	2p 3p
	c) $(AMQ) \cap (ANP) = AA'$, $AM \perp AA'$, $AM \subset (AMQ)$ și $AN \perp AA'$, $AN \subset (ANP)$, deci $m(\sphericalangle((AMQ), (ANP))) = m(\sphericalangle MAN)$	3p
	$AMND$ este pătrat, deci $m(\sphericalangle MAN) = 45^\circ$	2p