

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 25

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului $8^2 - 64(10 - 20 : 2)$ este egal cu
- 5p 2. O sută de kilograme de cartofi costă 150 de lei. Zece kilograme de cartofi de același fel costă ... lei.
- 5p 3. Produsul numerelor naturale din intervalul $(0, 4)$ este egal cu
- 5p 4. Dreptunghiul $ABCD$ are lungimea de 4 cm și lățimea de 3 cm. Lungimea diagonalei AC a acestui dreptunghi este egală cu ... cm.
- 5p 5. În *Figura 1* este reprezentat un paralelipiped dreptunghic $ABCD A'B'C'D'$. Unghiul dreptelor AB și BC are măsura egală cu ...°.

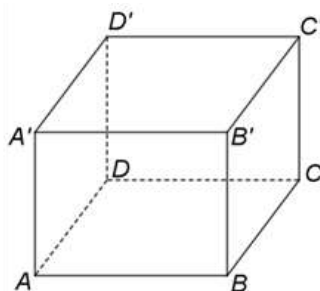
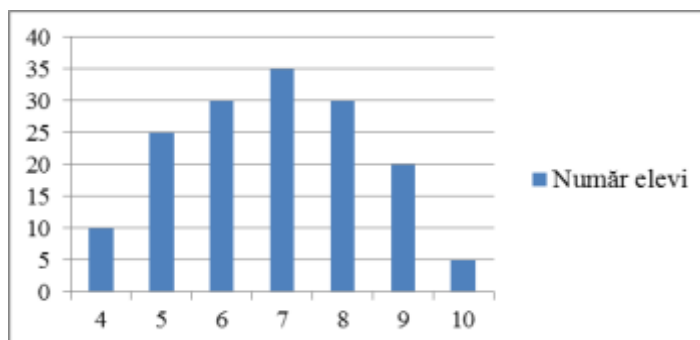


Figura 1

- 5p 6. În graficul de mai jos este prezentată repartitia elevilor claselor a VIII-a dintr-o școală, în funcție de notele obținute la un test din semestrul I.



Conform informațiilor din grafic, numărul elevilor care au obținut note mai mari sau egale cu 7 la acest test este egal cu

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un romb $ABCD$ cu $m(\angle BAD) < 90^\circ$.
- 5p 2. Dacă împărțim numărul natural n la 15 și la 22, obținem de fiecare dată restul 13. Determinați ultima cifră a numărului natural n .
- 5p 3. Ionel are o sumă de bani și vrea să cumpere două cărți, una de matematică și una de fizică. Prețul cărții de matematică reprezintă 65% din suma pe care o are Ionel, iar prețul cărții de fizică reprezintă 57,5% din aceeași sumă. Pentru a cumpăra cele două cărți Ionel mai are nevoie de 4,5 lei. Determinați suma de bani pe care o are Ionel.
4. Se consideră numerele reale $a = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \left(1 - \frac{1}{\sqrt{8}}\right) : (5 - 3\sqrt{2})$ și $b = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24}$.
- 5p a) Arătați că $a = \frac{1}{4}$.

5p b) Calculați $(4a - 2b)^{2020}$.

5p 5. Se consideră expresia $E(x) = (x-1)^2 + (2x+1)(x+3) + (3x-1)^2 + 3x$, unde x este număr real. Arătați că numărul $E(m)$ este impar, pentru orice număr întreg m .

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. În Figura 2 este reprezentat un trapez dreptunghic $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $m(\angle DAB) = 90^\circ$, $AB = 20\text{ cm}$ și $CD = 5\text{ cm}$. Diagonalele trapezului sunt perpendiculare și O este punctul lor de intersecție.

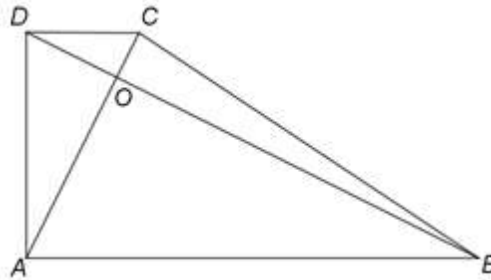


Figura 2

5p a) Arătați că linia mijlocie a trapezului $ABCD$ are lungimea egală cu $12,5\text{ cm}$.

5p b) Demonstrați că $AC = 5OC$.

5p c) Calculați aria trapezului $ABCD$.

2. În Figura 3 este reprezentat un paralelipiped dreptunghic $ABCD A'B'C'D'$ cu $AB = 8\text{ cm}$, $BC = 4\text{ cm}$ și $AA' = 2BC$. Punctul E este mijlocul segmentului CD .

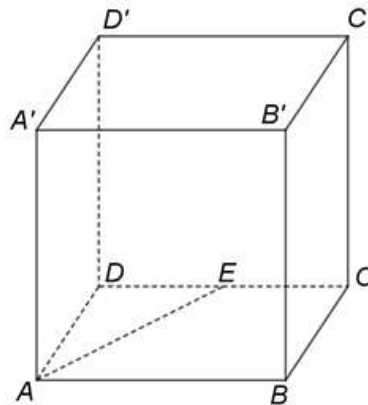


Figura 3

5p a) Arătați că perimetrul patrulaterului $ABCD$ este egal cu 24 cm .

5p b) Determinați măsura unghiului dintre dreapta AB' și planul (BCD') .

5p c) Determinați distanța de la punctul B' la dreapta AE .

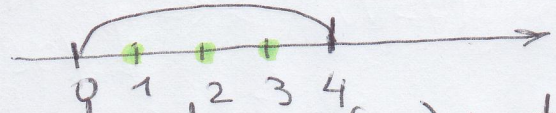
TEST 25: REZOLVARE

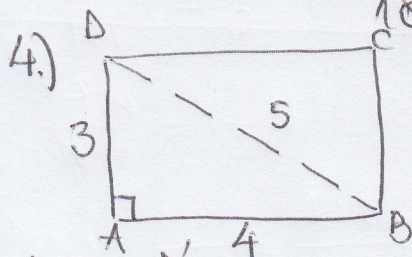
SUBIECTUL I:

1) $8^2 - 64 \cdot (10 - 20 : 2) = 64 - 64 \cdot (10 - 10) = 64 - 64 \cdot 0 = 64 - 0 = 64$

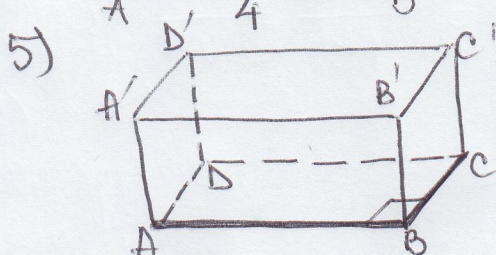
2)
$$\begin{array}{r} 100 \text{ kg} \text{ --- } 150 \text{ lei} \\ 10 \text{ kg} \text{ --- } x \end{array} \quad \text{p.d.}$$

$x = \frac{10 \cdot 150}{100} = 15 \text{ (lei)}$

3) 
Nr. naturale din $(0, 4)$ sunt 1, 2 și 3. Produsul lor este $1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$.



Cu T.P. în $\triangle ABD$ avem $BD^2 = AB^2 + AD^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$; $BD = \sqrt{25} = 5 \text{ (cm)}$.

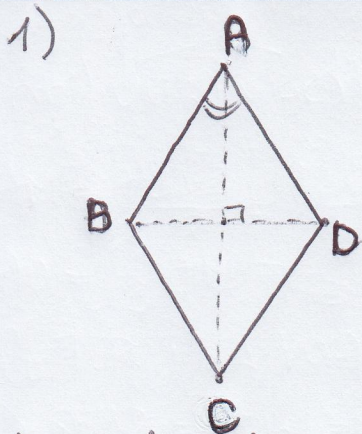


AB și BC concurente
 $m(AB; BC) = m(\widehat{ABC}) = 90^\circ$

6)
$$\left. \begin{array}{l} \text{Note de 7 sunt } 35 \\ \text{Note de 8 sunt } 30 \\ \text{Note de 9 sunt } 20 \\ \text{Note de 10 sunt } 5 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

Nr. note mai mari sau egale cu 7 este $35 + 30 + 20 + 5 = 90$.

SUBIECTUL al II-lea:



2) $n : 15 = C_1 \text{ rest } 13 \Rightarrow (n-13) : 15$
 $n : 22 = C_2 \text{ rest } 13 \Rightarrow (n-13) : 22$

Din faptul că $(n-13) : 15$, iar $15 = 5 \cdot 3 \Rightarrow (n-13) : 5 \Rightarrow$ Ultima cifră a lui $n-13$ poate fi 0 sau 5. ①

Din faptul că $(n-13) : 22$, iar 22 e par $\Rightarrow n-13$ e par, deci ultima cifră a lui $n-13$ trebuie să fie pară. ②

Din ① și ② $\Rightarrow$ ultima cifră a lui $n-13$ este 0.

Atunci ultima cifră a lui n este 3.

3) Notăm cu x suma pe care o au Ionel. Avem ecuația:

$\frac{65}{100}x + \frac{57,5}{100}x = x + 4,5 \mid \cdot 100 \Leftrightarrow 65x + 57,5x = 100x + 450$

$\Leftrightarrow 122,5x - 100x = 450 \Leftrightarrow 22,5x = 450 \Leftrightarrow x = 450 : 22,5 \Rightarrow x = 20 \text{ (lei)}$
 $\Rightarrow x = 20 \text{ (lei)}$ R: Donel are 20 lei.

$$\begin{aligned}
 4) a) a &= \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \left(1 - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right) : (5 - 3\sqrt{2}) = \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \\ \\ \end{array} \right. \\
 &= \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{4}\right) : (5 - 3\sqrt{2}) = \\
 &= \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \cdot \frac{4 - \sqrt{2}}{4} : (5 - 3\sqrt{2}) = \\
 &= \frac{8 - 2\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 2}{8} : (5 - 3\sqrt{2}) = \\
 &= \frac{10 - 6\sqrt{2}}{8} \cdot \frac{1}{5 - 3\sqrt{2}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5 - 3\sqrt{2}} = \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

Deci $a = \frac{1}{4}$, g.e.d.

$$\begin{aligned}
 b) b &= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} = \frac{12 + 6 + 3 + 2 + 1}{24} = \frac{24}{24} = \\
 &= 1. \quad \text{Deci } b = 1.
 \end{aligned}$$

$$(4a - 2b)^{2020} = \left(4 \cdot \frac{1}{4} - 2 \cdot 1\right)^{2020} = (1 - 2)^{2020} = (-1)^{2020} = 1.$$

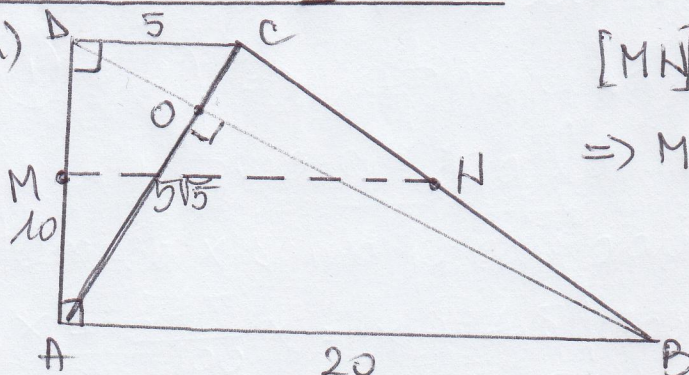
$$5) E(x) = (x-1)^2 + (2x+1)(x+3) + (3x-1)^2 + 3x, \quad x \in \mathbb{R}.$$

$$\begin{aligned}
 E(x) &= x^2 - 2x + 1 + 2x^2 + 6x + x + 3 + 9x^2 - 6x + 1 + 3x = \\
 &= 12x^2 + 2x + 5, \quad \text{deci } E(x) = 12x^2 + 2x + 5, \quad \text{pt. orice } x \in \mathbb{R}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Dacă } m \in \mathbb{Z}, E(m) &= 12m^2 + 2m + 5 = \\
 &= 12m^2 + 2m + 4 + 1 = \\
 &= 2(6m^2 + m + 2) + 1 = 2k + 1, \\
 &\quad \text{notăm cu } k \in \mathbb{Z}, \\
 \text{decu } E(m) &= 2k + 1 \text{ atunci e impar} \\
 &\text{pentru orice } m \in \mathbb{Z}.
 \end{aligned}$$

SUBIECTUL al III-lea:

1) a)



[MN]: linie mijlocie în trapez $\Rightarrow$

$$\Rightarrow MN = \frac{AB + CD}{2} = \frac{20 + 5}{2} =$$

$$= \frac{25}{2} = 12,5(\text{cm}), \text{ g.e.d.}$$

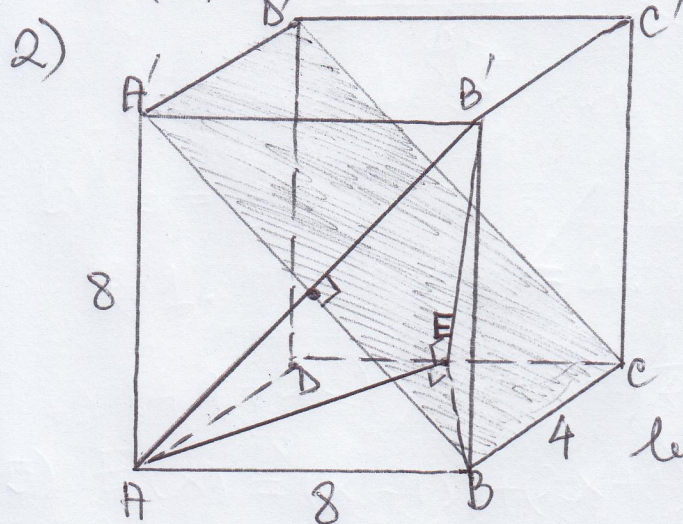
b) $\triangle OCD \sim \triangle OAB$ (T.f.N) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{OC}{OA} = \frac{CD}{AB} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{OC}{OC + OA} = \frac{1}{1 + 4} \Rightarrow \frac{OC}{AC} = \frac{1}{5} \Rightarrow AC = 5 \cdot OC \quad (\text{g.e.d.})$$

Teorema catetei in $\triangle DAC$ dreptunghic in $\hat{A} \Rightarrow$
 $\Rightarrow DC^2 = OC \cdot AC \Leftrightarrow 5^2 = OC \cdot 5OC \Leftrightarrow 5OC^2 = 5^2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow OC^2 = 5 \Rightarrow OC = \sqrt{5} \text{ (cm)}. AC = 5 \cdot OC = 5\sqrt{5} \text{ (cm.)}$

T. Pitagora in $\triangle DAC \Rightarrow AD^2 = AC^2 - CD^2 = (5\sqrt{5})^2 - 5^2 =$
 $= 5^2 \cdot 5 - 5^2 = 4 \cdot 5^2 \Rightarrow AD = \sqrt{4 \cdot 5^2} = 2 \cdot 5 = 10 \text{ (cm.)}$

$A_{ABCD} = \frac{B+b}{2} \cdot l = \frac{AB+CD}{2} \cdot AD = \frac{20+5}{2} \cdot 10 =$
 $= 12,5 \cdot 10 = 125 \text{ (cm}^2\text{)}.$



a) $AA' = 2 \cdot BC = 2 \cdot 4 = 8 \text{ cm}$

$ABCD$: dreptunghi

$P_{\square} = 2(L+l) \quad \left. \vphantom{P_{\square} = 2(L+l)} \right\} \Rightarrow$

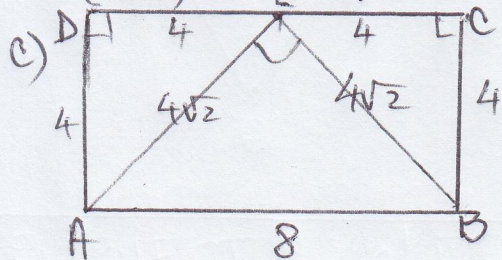
$\Rightarrow P_{ABCD} = 2(8+4) = 2 \cdot 12 = 24 \text{ (cm)}$
 g.e.d.

b) $\underline{AB' \perp A'B}$ ① (fata $ABB'A'$: patrat cu latura de 8'cm). Diagonalele unui patrat sunt perpendiculare.

$\left. \begin{array}{l} DA \perp (ABB') \\ AB' \subset (ABB') \end{array} \right\} \Rightarrow DA \perp AB'$
 $\left. \begin{array}{l} BC \parallel DA \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{AB' \perp BC}$ ②. Din ① si ② $\Rightarrow$

$\Rightarrow AB' \perp (BCD')$ (fiind perpendiculară pe 2 dr. concurente din planul (BCD'))

$m(\angle AB'; (BCD')) = 90^\circ.$



$\triangle CBE$: dr. isoscel $\Rightarrow BE = 4\sqrt{2} \text{ cm}$
 $CE = BC = 4 \text{ cm}$

$\triangle DAE$: dr. isoscel $\Rightarrow AE = 4\sqrt{2} \text{ cm}$
 $DE = AD = 4 \text{ cm}$
 $AB = 8 \text{ cm}$

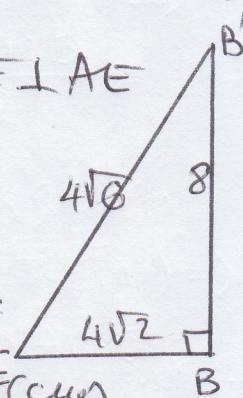
$\Rightarrow AB^2 = BE^2 + AE^2 \Leftrightarrow 8^2 = (4\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{2})^2 \Leftrightarrow 64 = 32 + 32 \text{ (A)}.$

$\Downarrow$
 $\triangle EAB$: dreptunghic, conform R.T. Pitagora. $\Rightarrow BE \perp AE$

Aten: $B'B \perp (ABC) \Rightarrow B'E \perp AE$ (T.3.1.), deci
 $BE \perp AE \quad \left. \vphantom{BE \perp AE} \right\} d(B'; AE) = B'E$

Cu T.P. in $\triangle B'BE$: $B'E^2 = BB'^2 + BE^2 = 8^2 + (4\sqrt{2})^2 = 64 + 32 =$

$= 96 \Rightarrow B'E = \sqrt{96} = \sqrt{16 \cdot 6} = 4\sqrt{6} \text{ (cm)}. \text{ Deci } d(B'; AE) = 4\sqrt{6} \text{ (cm).}$



EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 25

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	64	5p
2.	15	5p
3.	6	5p
4.	5	5p
5.	90	5p
6.	90	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	Desenează rombul Notează rombul $ABCD$ cu $m(\sphericalangle BAD) < 90^\circ$	4p 1p
2.	$n = 15a + 13$ și $n = 22b + 13$, unde $a, b \in \mathbb{N}$, deci $n - 13 = 15a$ și $n - 13 = 22b \Rightarrow n - 13$ se divide cu 5 și cu 2, de unde obținem că $n - 13$ se divide cu 10 Ultima cifră a lui $n - 13$ este 0, deci ultima cifră a lui n este 3	3p 2p
3.	$\frac{65}{100} \cdot x + \frac{575}{1000} \cdot x = x + 4,5$, unde x este suma de bani pe care o are Ionel $x = 20$ de lei	3p 2p
4.	a) $a = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2\sqrt{2}-1}{2\sqrt{2}} : (5-3\sqrt{2}) = \frac{(\sqrt{2}-1)(2\sqrt{2}-1)}{2 \cdot 2} : (5-3\sqrt{2}) = \frac{4-2\sqrt{2}-\sqrt{2}+1}{4} : (5-3\sqrt{2}) = \frac{5-3\sqrt{2}}{4} : (5-3\sqrt{2}) = \frac{1}{4}$ b) $b = \frac{12+6+3+2+1}{24} = \frac{24}{24} = 1$ $(4a-2b)^{2020} = \left(4 \cdot \frac{1}{4} - 2\right)^{2020} = (-1)^{2020} = 1$	3p 2p 3p 2p
5.	$E(x) = x^2 - 2x + 1 + 2x^2 + 6x + x + 3 + 9x^2 - 6x + 1 + 3x = 12x^2 + 2x + 5$, pentru orice număr real x Pentru orice număr întreg m , $E(m) = 12m^2 + 2m + 5 = 2(6m^2 + m) + 5$ și, cum $6m^2 + m$ este număr întreg, obținem că $E(m)$ este număr impar	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) Linia mijlocie a trapezului $ABCD$ are lungimea egală cu $\frac{AB+CD}{2} =$ $= \frac{20+5}{2} = 12,5\text{cm}$	3p 2p
----	---	----------

	b) $AB \parallel CD \Rightarrow \triangle AOB \sim \triangle COD \Rightarrow \frac{AO}{CO} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow \frac{AO}{CO} = 4$, deci $AO = 4OC$	3p
	Cum $AC = AO + OC$, obținem că $AC = 4OC + OC = 5OC$	2p
	c) $\triangle ADC$ dreptunghic în D și $DO \perp AC \Rightarrow CD^2 = OC \cdot AC$, deci $5^2 = OC \cdot 5OC$, de unde obținem $OC = \sqrt{5}$ cm, deci $AC = 5\sqrt{5}$ cm și $AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \sqrt{125 - 25} = 10$ cm	3p
	$\mathcal{A}_{ABCD} = \frac{(AB + CD) \cdot AD}{2} = 12,5 \cdot 10 = 125 \text{ cm}^2$	2p
2.	a) $ABCD$ este dreptunghi, deci $P_{ABCD} = 2(AB + BC) =$ $= 2(8 + 4) = 24 \text{ cm}$	3p
	b) $AA' = 2BC = 8 \text{ cm}$, deci $AA' = AB \Rightarrow ABB'A'$ este pătrat, deci $AB' \perp A'B$ $BC \perp (ABB')$ și $AB' \subset (ABB') \Rightarrow AB' \perp BC$ și, cum $AB' \perp A'B$ și $BC \cap A'B = \{B\}$, obținem $AB' \perp (A'BC)$; cum $D' \in (A'BC)$, obținem $AB' \perp (BCD')$, deci măsura unghiului dintre dreapta AB' și planul (BCD') este de 90°	2p
	c) E este mijlocul segmentului CD , deci $DE = 4 \text{ cm}$ și $EC = 4 \text{ cm}$, deci $\triangle ADE$ și $\triangle BCE$ sunt dreptunghice isoscele $\Rightarrow m(\angle AEB) = 180^\circ - m(\angle AED) - m(\angle BEC) = 180^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 90^\circ$	2p
	$B'B \perp (ABC)$, $BE \perp AE$ și $AE \subset (ABC) \Rightarrow B'E \perp AE$, deci $d(B', AE) = B'E$	2p
	$BE = 4\sqrt{2} \text{ cm}$ și $\triangle B'BE$ este dreptunghic, deci $B'E = \sqrt{BE^2 + BB'^2} = 4\sqrt{6} \text{ cm}$	1p