

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 30

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului $10 - 2 \cdot (10 - 10 : 2)$ este egal cu
- 5p 2. Dacă $\frac{x-1}{6} = \frac{1}{6}$, atunci numărul real x este egal cu
- 5p 3. Cel mai mare număr natural de două cifre divizibil cu 10 este
- 5p 4. Un cerc are raza $r = 10$ cm. Lungimea acestui cerc este egală cu $... \pi$ cm.
- 5p 5. În Figura 1 este reprezentat un cub $ABCDEFGH$. Unghiul dreptelor AE și EG are măsura de $...^\circ$.

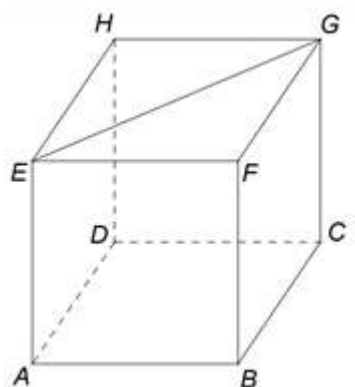


Figura 1

- 5p 6. În tabelul următor sunt prezentate informații despre numărul de vizitatori ai unui site de știri, în cinci zile consecutive ale unei săptămâni.

Ziua	luni	marți	miercuri	joi	vineri
Nr. de vizitatori	95695	55220	64208	55665	35695

Conform tabelului, numărul de vizitatori ai site-ului în ziua de luni este mai mare decât numărul de vizitatori ai site-ului în ziua de vineri cu

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, o piramidă patrulateră cu vârful V și baza pătratul $ABCD$.
- 5p 2. Determinați numerele naturale de trei cifre care sunt de 34 de ori mai mari decât suma cifrelor lor.
- 5p 3. Vârsta unei mame este de 3 ori mai mare decât vârsta fiicei ei, iar vârsta tatălui este cu 4 ani mai mare decât vârsta mamei. Suma vârstelor celor trei este 88 de ani. Calculați vârsta tatălui.
4. Se consideră numerele reale $a = (\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5})(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}) : \sqrt{6}$ și $b = \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{4 \cdot 6}$.
- 5p a) Arătați că $a = 2$.
- 5p b) Calculați $(8a - 30b)^{100}$.
- 5p 5. Se consideră expresia $E(x) = (x+3)^2 - (x+1)^2 - (x+3)(x-3) + (x+1)(x-1)$, unde x este număr real. Determinați numerele naturale n pentru care $E(n) \leq 20$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un triunghi ABC , dreptunghic în A , cu $BC = 32\text{ cm}$ și $BD = 8\text{ cm}$, unde $AD \perp BC$, $D \in BC$. Punctul M este mijlocul laturii AC .

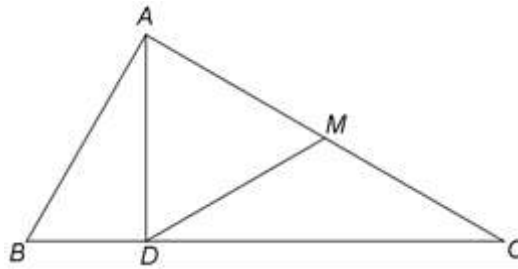


Figura 2

5p a) Arătați că $AB = 16\text{ cm}$.

5p b) Calculați aria patrulaterului $ABDM$.

5p c) Demonstrați că, dacă N este punctul de intersecție a dreptelor AB și DM , atunci segmentele MN și AC sunt congruente.

2. În *Figura 3* este reprezentată o prismă patrulateră $ABCD A'B'C'D'$ cu baza pătratul $ABCD$, $AB = 6\text{ cm}$ și $AA' \perp (ABC)$. Dreptele AC și BD se intersectează în O , iar dreptele BC' și $B'C$ se intersectează în M .

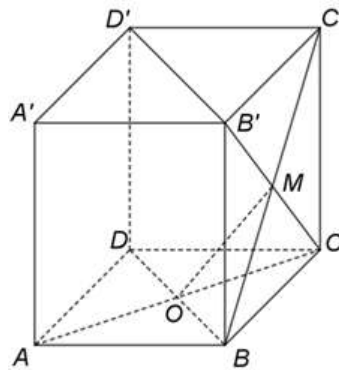


Figura 3

5p a) Arătați că perimetrul patrulaterului $ABCD$ este egal cu 24 cm .

5p b) Demonstrați că dreapta DC' este paralelă cu planul (COM) .

5p c) Demonstrați că, dacă punctul N este simetricul punctului O față de punctul M , atunci punctele A' , B' , C' și N sunt coplanare.

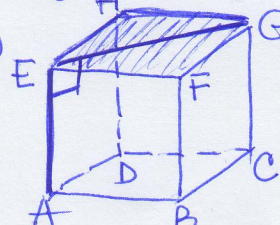
TESTUL 30: REZOLVARE

SUBIECTUL I: 1) $10 - 2 \cdot (10 - 10 : 2) = 10 - 2 \cdot (10 - 5) =$
 $= 10 - 2 \cdot 5 = 10 - 10 = 0.$

2) $\frac{x-1}{6} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow x-1 = \frac{6 \cdot 1}{6} = 1 \Leftrightarrow x = 1+1 = 2;$

3) Cel mai mare nr. natural de două cifre divizibil cu 10 este 90.

4) $P_0 = 2\pi \cdot r, r = 10 \text{ cm} \Rightarrow P_0 = 2\pi \cdot 10 = 20\pi \text{ (cm.)}$

5)  $\left. \begin{array}{l} AE \perp (EFG) \\ EG \subset (EFG) \end{array} \right\} \Rightarrow AE \perp EG \Rightarrow m(\widehat{AEG}) =$
 $= m(\widehat{AEG}) = 90^\circ$

(T.) O dreaptă perpendiculară pe un plan este perpendiculară pe orice dreaptă conținută în plan.

6) Luni: 95695 vizitatori
Vineri: 35695 vizitatori $\Rightarrow$ Diferența |luni-vineri| = $|95695 - 35695| =$
 $= |60000| = 60000.$

SUBIECTUL al II-lea: 1)

2) $\overline{abc} = 34(a+b+c) \Leftrightarrow$

$100a + 10b + c = 34a + 34b + 34c \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 100a - 34a + 10b - 34b + c - 34c = 0 \Leftrightarrow 66a - 24b - 33c = 0 \mid : 3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 22a - 8b - 11c = 0 \Leftrightarrow 22a - 11c = 8b \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 11(2a - c) = 8 \cdot b$

$\left. \begin{array}{l} 11 \\ b : \text{cifra zecimală} \end{array} \right\} \Rightarrow b = 0 \text{ (singura posibilitate).}$

Deci $2a - c = 0 \Rightarrow c = 2a, b = 0 \Rightarrow$ Soluții: 102; 204; 306;
și 408.

$\begin{cases} 102 = 34 \cdot 3 \checkmark \\ 204 = 34 \cdot 6 \checkmark \\ 306 = 34 \cdot 9 \checkmark \\ 408 = 34 \cdot 12 \checkmark \end{cases}$

8) $\begin{cases} M = 3 \cdot F \\ T = 4 + M = 4 + 3F \end{cases}$ (Am notat: M: vârsta mamei; F: vârsta fetei;
T: vârsta tatălui)

$M + T + F = 88 \Leftrightarrow 3F + 4 + 3F + F = 88 \Leftrightarrow 7F = 88 - 4 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 7F = 84 \Leftrightarrow F = 84 : 7 \Leftrightarrow F = 12 \text{ (ani).}$

$T = 4 + 3F = 4 + 3 \cdot 12 = 4 + 36 = 40 \text{ (ani)}$

R: Vârsta tatălui este de 40 ani.

$$4) a) a = [(\sqrt{2} + \sqrt{3}) - \sqrt{5}] [(\sqrt{2} + \sqrt{3}) + \sqrt{5}] : \sqrt{6} =$$

$$= [(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2] : \sqrt{6} = (\underline{2} + \underline{3} + 2\sqrt{6} - 5) : \sqrt{6} =$$

$$b) \left\{ \begin{array}{l} \text{Obs: } \text{încercatî, s\aa calculatî a efectuând} \\ \text{încercatî, s\aa calculatî a efectuând} \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{g.e.d.} \\ \text{produsul parantezelor...} \end{array}$$

$$b = \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{4 \cdot 6} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{1 \cdot 3} = \frac{1}{1} - \frac{1}{3} \checkmark \\ \frac{2}{2 \cdot 4} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \checkmark \\ \text{etc.} \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow 2b = \frac{2}{1 \cdot 3} + \frac{2}{2 \cdot 4} + \frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2}{4 \cdot 6} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2b = \frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} =$$

$$= 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{30 + 15 - 6 - 5}{30} = \frac{34}{30} = \frac{17}{15}$$

$$\text{Deci } 2b = \frac{17}{15} \Rightarrow b = \frac{17}{15} : 2 = \frac{17}{15} \cdot \frac{1}{2} = \frac{17}{30}. \text{ Deci } b = \frac{17}{30}.$$

$$(8a - 30b)^{100} = (8 \cdot 2 - 30 \cdot \frac{17}{30})^{100} =$$

$$= (16 - 17)^{100} = (-1)^{100} = 1.$$

$$5) E(x) = (x+3)^2 - (x+1)^2 - (x+3)(x-3) + (x+1)(x-1), \quad x \in \mathbb{R};$$

$$E(x) = (x^2 + 6x + 9) - (x^2 + 2x + 1) - (x^2 - 9) + (x^2 - 1) =$$

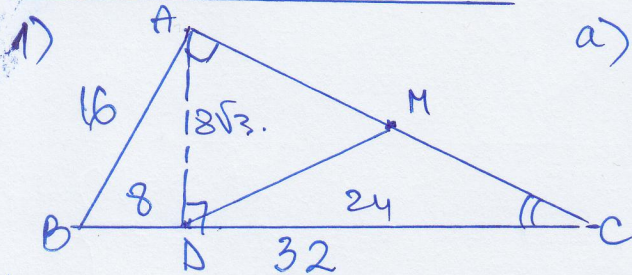
$$= \cancel{x^2} + 6x + 9 - \cancel{x^2} - 2x - 1 - \cancel{x^2} + 9 + \cancel{x^2} - 1 =$$

$$= 4x + 16 = 4(x+4). \text{ Deci } E(x) = 4x + 16 = 4(x+4), \text{ } \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$E(n) \leq 20, n \in \mathbb{N} \Leftrightarrow 4n + 16 \leq 20 \Leftrightarrow 4n \leq 20 - 16 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4n \leq 4 \Leftrightarrow n \leq 1 \mid \Rightarrow n \in \{0; 1\}$$

SUBIECTUL al III-lea:



a) T. catetei în ΔABC :

$$AB^2 = BD \cdot BC$$

$$AB^2 = 8 \cdot 32 = 256$$

$$AB = \sqrt{256} = 16 \text{ (cm)}, \text{ } 2. \text{ e. d.}$$

$$b) DC = BC - BD = 32 - 8 = 24 \text{ (cm)}$$

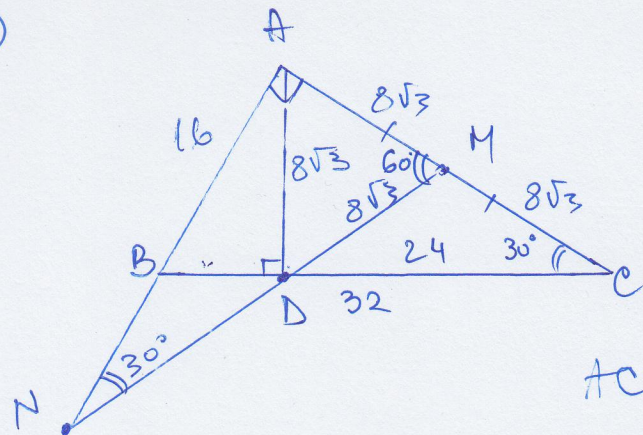
$$\text{T. î. în } \Delta ABC: AD^2 = BD \cdot DC = 8 \cdot 24 \Leftrightarrow AD = \sqrt{8 \cdot 24} = 8\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\text{În } \Delta ADC = \frac{C_1 \cdot C_2}{2} = \frac{DC \cdot AD}{2} = \frac{24 \cdot 8\sqrt{3}}{2} = 96\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{DM: mediană în } \Delta ADM \Rightarrow \text{În } \Delta ADM = \frac{1}{2} \text{În } \Delta ADC = \frac{96\sqrt{3}}{2} = 48\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{În } \Delta ABD = \frac{C_1 \cdot C_2}{2} = \frac{8 \cdot 8\sqrt{3}}{2} = 32\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}. \text{În } \Delta BDM = \text{În } \Delta ABD + \text{În } \Delta ADM = 32\sqrt{3} + 48\sqrt{3} = 80\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

c)

Am calculat $AD = 8\sqrt{3} \text{ cm}$; $DC = 24 \text{ cm}$

$$\tan \hat{C} = \frac{AD}{DC} = \frac{8\sqrt{3}}{24} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m(\hat{C}) = 30^\circ.$$

Cu T.P. în $\triangle ABC$ avem:

$$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 32^2 - 16^2 = (32-16)(32+16) = 16 \cdot 48 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{16 \cdot 48} = \sqrt{16 \cdot 16 \cdot 3} = 16\sqrt{3} \text{ (cm)}. \textcircled{1}$$

$$AM = \frac{1}{2} AC \Rightarrow AM = MC = 8\sqrt{3} \text{ (cm)}.$$

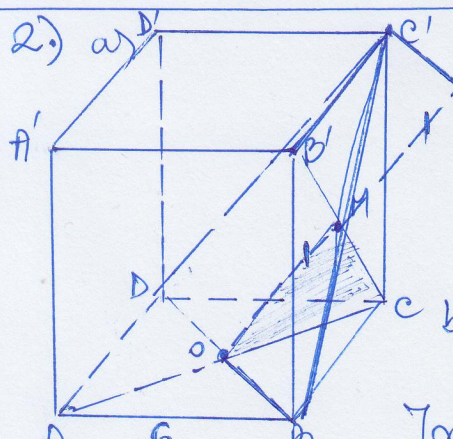
[DM]: mediană în $\triangle DAC$ dreptunghiuc în $\hat{D} \Rightarrow DM = \frac{1}{2} AC = 8\sqrt{3} \text{ (cm)}.$ Pînă urmare $\triangle ADM$: echilateral ($AD = DM = AM = 8\sqrt{3} \text{ cm}$) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow m(\hat{AMD}) = 60^\circ. \text{ În } \triangle AMN, \text{ dreptunghiuc în } \hat{A} \text{ avem atunci}$$

$$m(\hat{ANM}) = 90^\circ - m(\hat{AMN}) = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$\sin \hat{N} = \frac{AM}{MN} \Leftrightarrow \sin 30^\circ = \frac{8\sqrt{3}}{MN} \Leftrightarrow \frac{8\sqrt{3}}{MN} = \frac{1}{2} \Rightarrow MN = 2 \cdot 8\sqrt{3} = 16\sqrt{3} \text{ (cm)} \textcircled{2}$$

$$\text{Din } \textcircled{1} \text{ și } \textcircled{2} \Rightarrow [MN] \equiv [AC], \text{ q.e.d.}$$

2) a)  ABCDA'B'C'D' este o prismă patrulateră regulată dreaptă.ABCD: pătrat, $AB = 6 \text{ cm}$.

$$P_{\square} = 4l \Rightarrow P_{ABCD} = 4 \cdot AB = 4 \cdot 6 = 24 \text{ (cm)}, \text{ q.e.d.}$$

b) O dreaptă exterioară unui plan este paralelă cu planul dacă este paralelă cu o dreaptă din plan.

În $\triangle BDC'$ avem: O mijlocul lui [BD], M: mijl. lui [BC']

$$\text{Deci } [OM]: \text{ linie mijlocie în } \triangle BDC' \Rightarrow \left. \begin{array}{l} DC' \parallel OM \\ OM \subset (COM) \end{array} \right\} \Rightarrow DC' \parallel (COM), \text{ q.e.d.}$$

c) N: simetricul lui O față de M $\Rightarrow OM = MN$, O, M, N: coliniare.OM și BC': concurente $\Rightarrow$ determină un plan

$$\left. \begin{array}{l} OM = MN \\ BM = MC' \end{array} \right\} \Rightarrow BOC'N: \text{ paralelogram. } \Rightarrow C'N \parallel OB$$

$$\text{Dar } C'B' \parallel BC$$

$$\Rightarrow (B'C'N) \parallel (ABC).$$

Printr-un punct exterior unui plan se poate construi un singur plan paralel cu planul dat.

În cazul nostru prin C' se poate duce doar $(A'B'C') \parallel (ABC)$, iar faptul că $C'N \parallel OB \subset (ABC) \Rightarrow C'N \parallel (ABC)$ deci $N \in (A'B'C')$, adică A', B', C', N coplanare, q.e.d.

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 30

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	0	5p
2.	2	5p
3.	90	5p
4.	20	5p
5.	90	5p
6.	60000	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	Desenează piramida patrulateră cu baza pătrat Notează piramida patrulateră cu vârful V și baza pătratul $ABCD$	4p 1p
2.	$n = \overline{abc} \Rightarrow 100a + 10b + c = 34(a + b + c) \Rightarrow 8b = 11(2a - c)$, de unde obținem 11 divide b , deci $b = 0$ și $c = 2a$ Obținem numerele 102, 204, 306 și 408	3p 2p
3.	Vârsta mamei este $x - 4$, vârsta fiicei $\frac{1}{3}(x - 4)$, unde x este vârsta tatălui $x + x - 4 + \frac{1}{3}(x - 4) = 88 \Rightarrow x = 40$ de ani	2p 3p
4.	a) $a = \left((\sqrt{2} + \sqrt{3}) - \sqrt{5} \right) \left((\sqrt{2} + \sqrt{3}) + \sqrt{5} \right) : \sqrt{6} = \left((\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2 \right) : \sqrt{6} =$ $= (2 + 2\sqrt{6} + 3 - 5) : \sqrt{6} = 2\sqrt{6} : \sqrt{6} = 2$ b) $b = \frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{15} + \frac{1}{24} = \frac{8+3+1}{24} + \frac{1}{15} = \frac{1}{2} + \frac{1}{15} = \frac{17}{30}$ $(8a - 30b)^{100} = \left(8 \cdot 2 - 30 \cdot \frac{17}{30} \right)^{100} = (16 - 17)^{100} = (-1)^{100} = 1$	3p 2p 3p 2p
5.	$E(x) = (x + 3 - x - 1)(x + 3 + x + 1) - (x^2 - 9) + (x^2 - 1) = 2(2x + 4) - x^2 + 9 + x^2 - 1 = 4x + 16$, pentru orice număr real x $E(n) = 4n + 16 \Rightarrow 4n + 16 \leq 20 \Rightarrow 4n \leq 4$ și, cum n este număr natural, obținem $n = 0$ sau $n = 1$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) $\triangle ABC$ este dreptunghic în A și $AD \perp BC$, $D \in BC \Rightarrow AB^2 = BD \cdot BC =$ $= 8 \cdot 32 = 256 \Rightarrow AB = 16$ cm	3p 2p
----	--	----------

	b) $\triangle ABC$ este dreptunghic în A și $AD \perp BC$, $D \in BC \Rightarrow AD = \sqrt{BD \cdot DC} = 8\sqrt{3} \text{ cm}$, deci $\mathcal{A}_{\triangle ABD} = \frac{AD \cdot BD}{2} = 32\sqrt{3} \text{ cm}^2$ $\triangle ADC$ dreptunghic în D și M este mijlocul laturii $AC \Rightarrow \mathcal{A}_{\triangle AMD} = \frac{1}{2} \mathcal{A}_{\triangle ADC} = 48\sqrt{3} \text{ cm}^2$, deci $\mathcal{A}_{ABDM} = \mathcal{A}_{\triangle ABD} + \mathcal{A}_{\triangle AMD} = 80\sqrt{3} \text{ cm}^2$	2p
	c) $\triangle ABC$ este dreptunghic în A și $AB = \frac{BC}{2} \Rightarrow m(\angle ACB) = 30^\circ$ și, cum $MC = MD$, obținem $m(\angle DMC) = 120^\circ$, deci $m(\angle AMN) = 60^\circ$ $\triangle AMN$ este dreptunghic în A și $m(\angle AMN) = 60^\circ \Rightarrow m(\angle ANM) = 30^\circ \Rightarrow AM = \frac{MN}{2}$, deci $MN = 2AM$ și, cum $AC = 2AM$, obținem $MN = AC$	2p
	a) $ABCD$ pătrat, deci $P_{ABCD} = 4AB =$ $= 4 \cdot 6 = 24 \text{ cm}$	3p
	b) $ABCD$ pătrat cu $\{O\} = AC \cap BD \Rightarrow O$ este mijlocul segmentului BD și $BCC'B'$ dreptunghi cu $\{M\} = BC' \cap B'C \Rightarrow M$ este mijlocul segmentului BC', deci OM este linie mijlocie în $\triangle BDC'$ $DC' \parallel OM \text{ și } OM \subset (COM) \Rightarrow DC' \parallel (COM)$	2p
2.	c) M este mijlocul segmentului ON și M este mijlocul segmentului $B'C \Rightarrow OCNB'$ paralelogram, deci $B'N' \parallel OC$ $OC \parallel A'C' \Rightarrow B'N' \parallel A'C'$, deci punctele A' , B' , C' și N sunt coplanare	3p
		2p