



EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2020 - 2021

Matematică

Testul 1

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p 1. Rezultatul calculului $20 - 2 \cdot 10$ este numărul:

- ☒ a) 0
☐ b) 1
☐ c) 8
☐ d) 18

$$20 - 2 \cdot 10 = 20 - 20 = 0$$

5p 2. Numărul care reprezintă $\frac{1}{3}$ din 60 este:

- ☐ a) 10
☐ b) 15
☒ c) 20
☐ d) 30

$$\left(\frac{1}{3} \text{ din } 60\right) = \frac{1}{3} \cdot \frac{20}{\cancel{60}} = 20$$

5p 3. Patru elevi, Radu, Gabriel, Alexandru și Mihail, au calculat media aritmetică a numerelor $x = \sqrt{3} + 1$ și $y = \sqrt{3} - 1$. Rezultatele obținute sunt prezentate în tabelul de mai jos:

Radu	Gabriel	Alexandru	Mihail
1	0	$2\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$

Dintre cei patru elevi, rezultatul corect a fost obținut de:

- ☐ a) Radu
☐ b) Gabriel
☐ c) Alexandru
☒ d) Mihail

$$m_a = \frac{x+y}{2} = \frac{\sqrt{3}+1 + \sqrt{3}-1}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

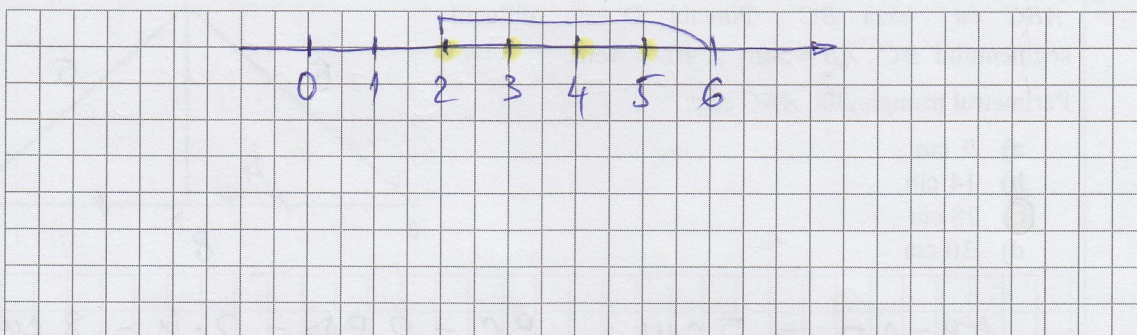
5p 4. Dintre următoarele secvențe de numere, cea care conține numai numere divizibile cu 5 este:

- d) 5, 6, 10, 15

[illegible]

5p 5. Se consideră mulțimea $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x < 6\}$. Dintre următoarele mulțimi, cea care reprezintă scrierea multimii B prin enumerarea elementelor sale este:

- d) $\{4, 5, 6\}$



5p 6. În tabelul de mai jos este prezentată situația statistică a notelor obținute de elevii unei clase a VIII-a la un test de matematică din semestrul I.

Nota la test	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Număr de elevi	0	0	0	2	5	4	5	3	4	3

Conform tabelului, numărul elevilor care au obținut note mai mari decât 8 la testul de matematică, este:

- d) 11

$$4 + 3 = 7$$

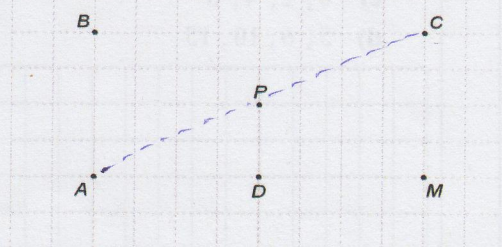
SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

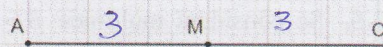
- 5p 1. În figura alăturată sunt reprezentate punctele A , B , C , D , M și P . Simetricul punctului A față de punctul P este punctul:

a) A
b) B
☒ c) C
d) D



- 5p 2. În figura alăturată punctul M este mijlocul segmentului AC cu $AC = 6\text{ cm}$. Lungimea segmentului AM este:

☒ a) 3 cm
b) 3,5 cm
c) 4,5 cm
d) 6 cm

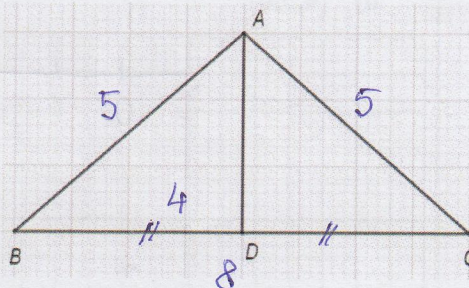


$$AM = MC = \frac{AC}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ (cm)}$$

- 5p 3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel ABC cu baza BC . Punctul D este mijlocul segmentului BC , $AB = 5\text{ cm}$ și $BD = 4\text{ cm}$.

Perimetrul triunghiului ABC este:

a) 9 cm
b) 14 cm
☒ c) 18 cm
d) 30 cm



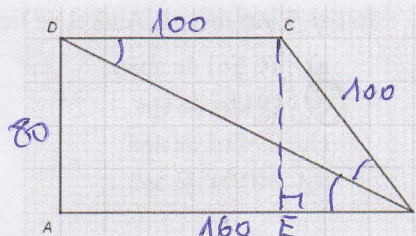
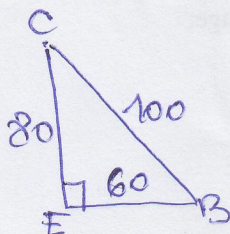
$$AB = AC = 5 \text{ cm}; \quad BC = 2BD = 2 \cdot 4 = 8 \text{ cm}$$

$$P_{\triangle ABC} = AB + AC + BC = 5 + 5 + 8 = 18 \text{ (cm)}$$

5p

4. În figura alăturată este reprezentat un teren în formă de trapez dreptunghic $ABCD$ cu $AD \perp AB$ și $AB \parallel CD$. Semidreapta BD este bisectoarea unghiului ABC , $AB = 160$ m și $CD = 100$ m. Aria terenului este:

- a) 8000 m^2
- ☒ b) 10400 m^2
- c) 13000 m^2
- d) 16000 m^2



$\widehat{ABD} = \widehat{DBC}$ pt. că BD : bisectoarea lui $\widehat{B}$
 $\widehat{ABD} = \widehat{BDC}$ - alternate interne ($AB \parallel CD$ și BD secantă)

Deci $\widehat{DBC} = \widehat{BDC}$ și atunci $\triangle CBD$: isoscel
 cu $CD = CB = 100$ m.

Ducem $CE \perp AB$ și avem $AECD$: dreptunghi cu
 $CE = AD$ și $AE = CD = 100$ m, deci $EB = AB - AE =$
 $= 160 - 100 = 60$ (m). În $\triangle BEC$ dr. în E , cu T.P.

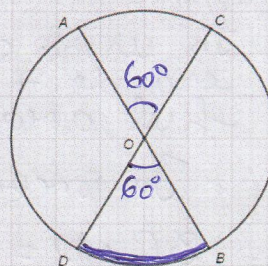
avem $EC = 80$ m.

$$A_{ABCD} = \frac{(B+b) \cdot h}{2} = \frac{(160+100) \cdot 80}{2} = 260 \cdot 40 = 10400 \text{ m}^2$$

5p

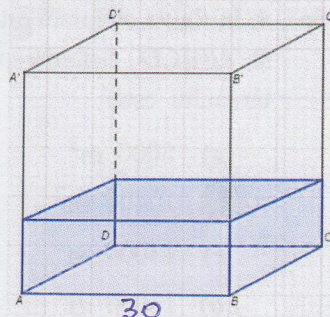
5. În figura alăturată AB și CD sunt diametre în cercul de centru O , iar măsura arcului mic BD este de 60° . Măsura unghiului AOC este de:

- a) 30°
- ☒ b) 60°
- c) 90°
- d) 120°



$\widehat{BOD} = \widehat{BD} = 60^\circ$; $\widehat{AOC} = \widehat{BOD}$ (opuse la vârf)
 Deci $\widehat{AOC} = 60^\circ$

- 5p 6. În figura alăturată este reprezentat un acvariu în formă de cub $ABCD A' B' C' D'$, $AB = 30\text{cm}$. Pentru umplerea acvariului, care are inițial 9 litri de apă, Andrei va trebui să adauge:



- a) 10 litri de apă
b) 18 litri de apă
c) 27 litri de apă
d) 30 litri de apă

$$V = a^3 = 30^3 = 27000 \text{ (cm}^3\text{)} = 27 \text{ dm}^3 = 27 \text{ l}$$

$$27 - 9 = 18 \text{ (l)}$$

Andrei trebuie să adauge 18 l.

SUBIECTUL al III-lea *Scrieți rezolvările complete.* (30 de puncte)

- 5p 1. În urmă cu 8 ani tatăl era de șapte ori mai în vârstă decât fiul său. În prezent, tatăl are 36 ani.
(3p) a) Verifică, dacă în prezent, vârsta fiului este de trei ori mai mică decât vârsta tatălui.

În urmă cu 8 ani tatăl avea $36 - 8 = 28$ ani și era de 7 ori mai în vârstă ca fiul, deci fiul avea $28 : 7 = 4$ (ani)

În prezent tatăl are 36 ani, iar fiul $4 + 8 = 12$ ani

$36 : 12 = 3$, deci vârsta fiului este de 3 ori mai mică decât vârsta tatălui.

- (2p) b) Peste câți ani vârsta tatălui va fi egală cu dublul vârstei fiului?

$$36 + x = 2(12 + x), \text{ unde } x \text{ e nr. de ani puse}$$

$$36 + x = 24 + 2x \Leftrightarrow 36 - 24 = 2x - x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 12. \text{ R: Peste 12 ani.}$$

$$\text{V: } 36 + 12 = 48 \text{ (T)} \quad 48 = 2 \cdot 24 \checkmark$$

$$\text{F: } 12 + 12 = 24 \text{ (F)} \quad \text{deci } T = 2 \cdot F.$$

5p

2. Se consideră expresia $E(x) = (x+1)^2 + 2(x+1)(x-2) + (x-2)^2$.

(2p) a) Arată că $E(x) = (2x-1)^2$, pentru orice număr real x .

$$\begin{aligned} E(x) &= x^2 + 2x + 1 + 2(x^2 - 2x + x - 2) + (x^2 - 4x + 4) = \\ &= x^2 + 2x + 1 + 2x^2 - 4x + 2x - 4 + x^2 - 4x + 4 = \\ &= 4x^2 - 4x + 1 = (2x-1)^2, \text{ pentru orice } x \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

(3p) b) Determină numărul natural a pentru care $E(\sqrt{2}) + a\sqrt{2}$ reprezintă un număr natural.

$$\begin{aligned} E(\sqrt{2}) &= (2\sqrt{2}-1)^2 = (2\sqrt{2})^2 - 4\sqrt{2} + 1 = \\ &= 8 + 1 - 4\sqrt{2} = 9 - 4\sqrt{2} \\ E(\sqrt{2}) + a\sqrt{2} \in \mathbb{N} &\Leftrightarrow 9 - 4\sqrt{2} + a\sqrt{2} \in \mathbb{N} \\ \Leftrightarrow a &= 4. \\ \text{Deci, pt. } a=4, E(\sqrt{2}) + 4\sqrt{2} &= 9 - 4\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = \\ &= 9, 9 \in \mathbb{N}. \end{aligned}$$

5p

3. Se consideră numerele $x = \left(\frac{8}{\sqrt{18}} + \frac{6}{\sqrt{2}}\right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{13}$ și $y = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{5}{\sqrt{147}}\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{14}$

(2p) a) Arată că $x = \frac{2}{3}$.

$$\begin{aligned} x &= \left(\frac{8}{3\sqrt{2}} + \frac{6}{\sqrt{2}}\right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{13} = \frac{8}{3\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{13} + \frac{6}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{13} = \\ &= \frac{8}{3 \cdot 13} + \frac{6}{13} = \frac{8 + 18}{3 \cdot 13} = \frac{26}{3 \cdot 13} = \frac{2}{3}. \text{ Deci } x = \frac{2}{3}. \end{aligned}$$

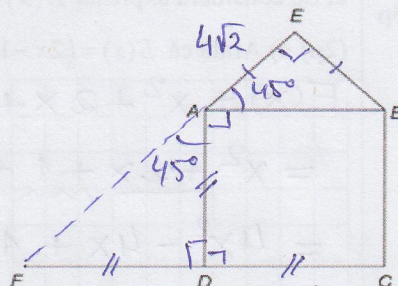
(3p) b) Arată că suma numerelor x și y este număr natural.

$$\begin{aligned} y &= \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{5}{4\sqrt{3}}\right) \cdot \frac{14}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{14}{\sqrt{3}} - \frac{5}{4\sqrt{3}} \cdot \frac{14}{\sqrt{3}} = \\ &= \frac{14}{3} - \frac{10}{3} = \frac{4}{3}. \text{ Deci } y = \frac{4}{3} \\ x + y &= \frac{2}{3} + \frac{4}{3} = \frac{6}{3} = 2 \in \mathbb{N}. \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 144 \overline{) 3} \\ 49 \overline{) 4} \\ 7 \overline{) 4} \\ 1 \end{array}$$

5p

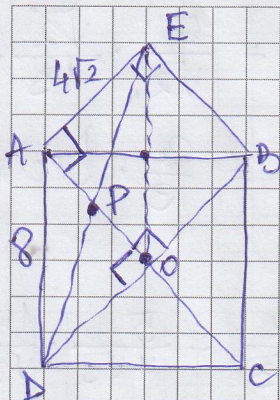
4. În figura alăturată este reprezentat un pătrat $ABCD$ și un triunghi dreptunghic isoscel AEB dreptunghic în E și $AE = 4\sqrt{2}$ cm. Punctul F este simetricul punctului C față de punctul D .



(2p) a) Demonstează că punctele E , A și F sunt coliniare.

$\triangle EAB$: dr. isoscel, $\widehat{E} = 90^\circ$, deci $\widehat{EAB} = \widehat{EBA} = 45^\circ$
 $DC = DF = AD$, $m(\widehat{ADF}) = 90^\circ \Rightarrow \triangle DAF$: dr. isoscel,
 deci $\widehat{DAF} = \widehat{DFA} = 45^\circ$. $\widehat{DAB} = 90^\circ$ ni' avem:
 $\widehat{FAE} = \widehat{FAD} + \widehat{DAB} + \widehat{BAE} = 45^\circ + 90^\circ + 45^\circ =$
 $= 180^\circ$, deci E, A și F sunt coliniare (g.e.d.)

(3p) b) Arată că, dacă P este punctul de intersecție a dreptelor AC și DE , atunci P este mijlocul segmentului DE .



Fie O centrul pătratului $ABCD$,
 adică $AC \cap BD = \{O\}$.

$$AE = 4\sqrt{2} \text{ cm} \Rightarrow AB = (4\sqrt{2})\sqrt{2} = 8 \text{ (cm)}.$$

$$AC = BD = 8\sqrt{2} \text{ cm ni' } AO = DO = \frac{AC}{2} =$$

$$= \frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2} \text{ (cm)}.$$

$$AE = OD = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

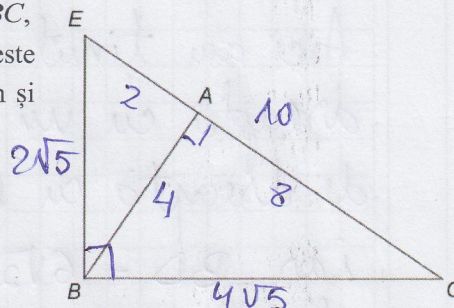
$$\widehat{DOA} = \widehat{EAO} = 90^\circ \Rightarrow AE \parallel OD$$

$\Rightarrow ADOE$: paralelogram.

Ducem $[DE]$ diagonală paralelogramului $ADOE$, care intersectează AC , cealaltă diagonală, în P . Atunci P este mijlocul lui $[DE]$, diagonalele unui paralelogram se înjumătățesc, g.e.d.

5p

5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul EBC , dreptunghic în B . Proiecția punctului B pe dreapta EC este punctul A care determină pe EC segmentele $AC=8\text{cm}$ și $AE=2\text{cm}$.



(2p) a) Arată $BA=4\text{cm}$.

Cu T. înălțimii avem

$$BA^2 = AB \cdot AC = 8 \cdot 2 = 16$$

$$AB = \sqrt{16} = 4 \text{ (cm)}, \text{ g. e. d.}$$

(3p) b) Arată că perimetrul triunghiului BCE este mai mic decât 28cm .

Cu T. Pitagora în $\triangle ABE$ dr. în $\hat{A}$ avem:

$$BE^2 = AB^2 + AE^2 = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$$

$$BE = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ (cm)}$$

Cu T. Pitagora în $\triangle ABC$ dr. în $\hat{A}$ avem:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 4^2 + 8^2 = 16 + 64 = 80$$

$$BC = \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \text{ (cm)}$$

$$EC = AE + AC = 2 + 8 = 10 \text{ (cm)}. P_{\triangle BCE} = BC + CE + BE = 4\sqrt{5} + 10 + 2\sqrt{5} = 6\sqrt{5} + 10 ; 6\sqrt{5} + 10 < 28 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 6\sqrt{5} < 18 \mid :6 \Leftrightarrow \sqrt{5} < 3 \mid ^{(\cdot)^2} \Leftrightarrow 5 < 9, \text{ deci } P_{\triangle BCE} < 28 \text{ cm}$$

$$\begin{array}{r} 80 : 2.5 \\ 82 \text{ (2)} \\ 42 \text{ (2)} \\ 22 \text{ (2)} \\ 1 \end{array}$$

5p

6. În figura alăturată este reprezentat un cub $ABCD A' B' C' D'$ cu $AB=6\text{cm}$.

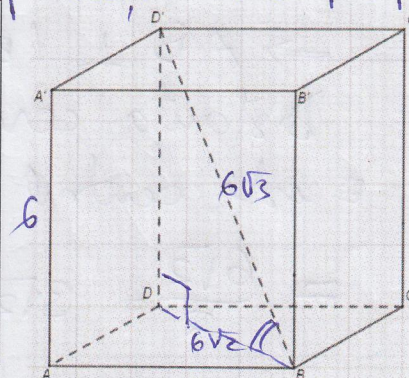
(2p) a) Arată că valoarea cosinusului unghiului dintre dreapta BD' și planul (ADC) este $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

$[BD', (ADC)] = D'B$ pt. că BD e proiecția lui BD' pe plan.

$$\begin{array}{l} DD' \perp (ADC) \\ BD \subset (ADC) \end{array} \Rightarrow DD' \perp BD \Rightarrow$$

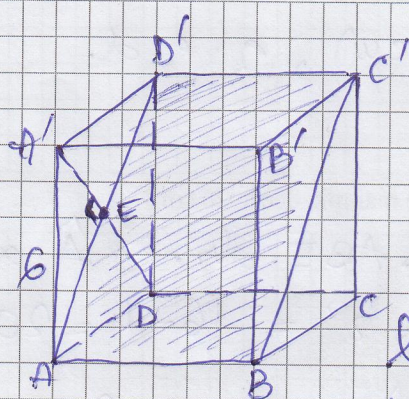
$$\Rightarrow \triangle DD'B : \text{dr. în } D.$$

$$\begin{aligned} \cos \widehat{B'DD} &= \frac{DD'}{BD'} = \frac{6\sqrt{2}}{6\sqrt{3}} = \\ &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3} > 2. \text{ e. d.} \end{aligned}$$



Aici am ținut cont că unghiul format de o dreaptă cu un plan este egal cu unghiul format de dreaptă cu proiecția ei pe plan. $\cos \alpha = \frac{\text{cat. alăt.}}{\text{ipotenuză}}$
iar $BD = 6\sqrt{2}$ cm (diag. pătratului) și $BD' = 6\sqrt{3}$ cm fiind diagonala cubului.

(3p) b) Calculează distanța de la punctul A' la planul $(BC'D')$.



Planul $(BC'D')$ este o secțiune diagonală a cubului, deci trece și prin A .
Distanța de la un punct la un plan este egală cu

lungimea perpendicularei din punct pe plan.
O dreaptă este perpendiculară pe un plan dacă este perpendiculară pe două drepte concurente continute în plan.

La noi, ducând $A'D \perp AD'$ (diagonale în pătratul $ADDA'$) ①

$BA \perp (ADD')$
 $A'D \subset (ADD')$ $\Rightarrow BA \perp A'D$, deci $A'D \perp AB$ ②

Din ① și ② și AD', AB concurente $\Rightarrow$
 $\Rightarrow A'D \perp (BC'D')$

Distanța cerută este egală cu $A'E$, unde E este centrul feței $ADDA'$, iar $A'E = \frac{A'D}{2} =$
 $= \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$ (cm).