

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 11

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

5p 1. Rezultatul calculului $2 \cdot 10 - 10 : (1 + 4)$ este egal cu

5p 2. Dacă $\frac{2a}{9} = \frac{4}{3b}$, atunci numărul $a \cdot b - 2$ este egal cu

5p 3. Suma pătratelor numerelor întregi din intervalul $[-1, 2)$ este egală cu

5p 4. Pătratul $ABCD$ are latura de 5 cm. Perimetrul acestui pătrat este egal cu ... cm .

5p 5. În *Figura 1* este reprezentată o piramidă triunghiulară $VABC$ cu înălțimea VO . Unghiul dreptelor VO și AB are măsura de ... ° .

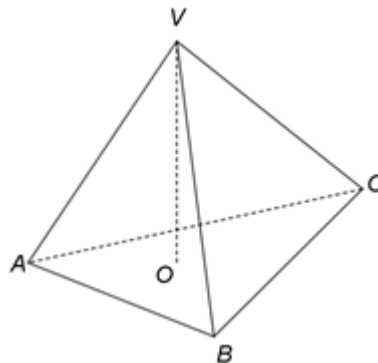
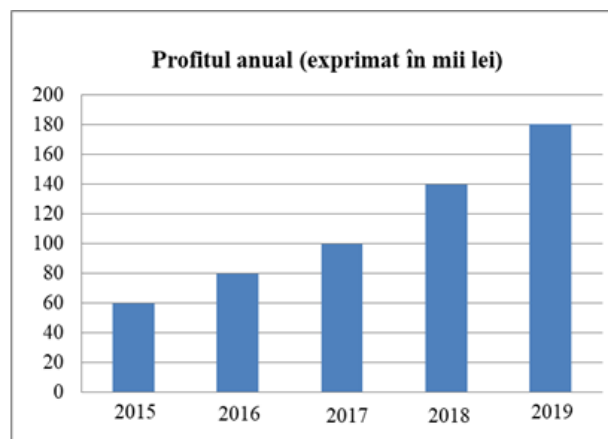


Figura 1

5p 6. În diagrama de mai jos este prezentat profitul anual, exprimat în mii lei, realizat de o firmă în fiecare dintre ultimii cinci ani.



Conform informațiilor din diagramă, media profitului firmei, pentru ultimii cinci ani, este egală cu ... mii lei .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un trapez isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$.

5p 2. Determinați cea mai mare valoare pe care o poate lua numărul natural $N = \overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$, știind că a, b și c sunt cifre distincte.

5p 3. Un turist a parcurs un traseu în trei zile. În prima zi turistul a parcurs 40% din lungimea traseului, în a doua zi turistul a parcurs $\frac{5}{6}$ din distanța rămasă de parcurs după prima zi, iar în a treia zi restul de 3 km. Calculați lungimea traseului parcurs în cele trei zile.

4. Se consideră numerele reale $a = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{12}} + \frac{3}{\sqrt{27}} + \frac{4}{\sqrt{48}} \right) : \frac{2}{3}$ și $b = \frac{\sqrt{26^2 - 10^2}}{\sqrt{20^2 - 16^2}} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

5p a) Arătați că $a = 2\sqrt{3}$.

5p b) Calculați $(a+b)|a-b|$.

5p 5. Se consideră expresia $E(x) = x(3x-2)^2 - 2(x^2-2x)(3x-2) + x(x^2-4x+4)$, unde x este număr real. Arătați că, pentru orice număr real a , $E(-a) + E(a) = 0$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 10\sqrt{2}$ cm, $BC = 20$ cm. Se consideră punctul E , mijlocul laturii BC și punctul F situat pe segmentul AE , astfel încât $BF \perp AE$.

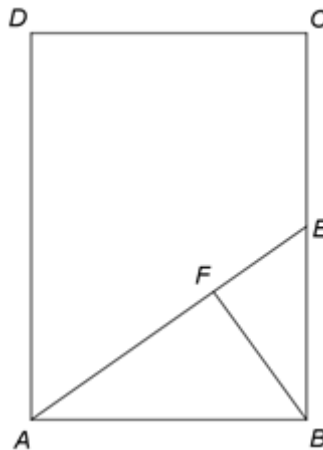


Figura 2

5p a) Arătați că aria dreptunghiului $ABCD$ este egală cu $200\sqrt{2}$ cm².

5p b) Arătați că lungimea segmentului EF este egală cu $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ cm.

5p c) Demonstrați că punctele B , F și D sunt coliniare.

2. În *Figura 3* este reprezentat un tetraedru $ABCD$ cu $AB = AC = AD = 10$ cm. Triunghiul BCD este echilateral, are perimetrul egal cu 30 cm, iar punctele M și N sunt mijloacele segmentelor BC , respectiv AD .

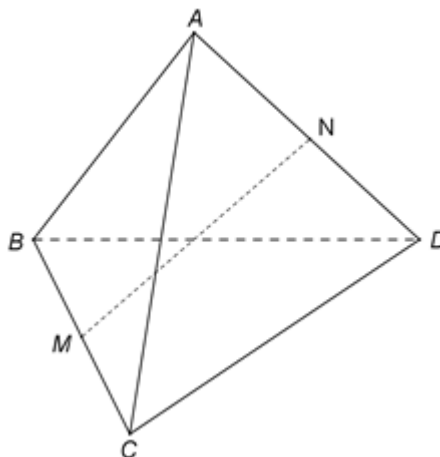


Figura 3

5p a) Arătați că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 30 cm.

5p b) Demonstrați că, dacă P este mijlocul segmentului BD , atunci dreapta MP este paralelă cu planul (ACD) .

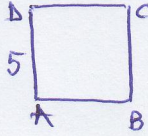
5p c) Demonstrați că unghiul dreptelor AB și MN are măsura egală cu 45° .

TESTUL 11: (REZOLVARE)

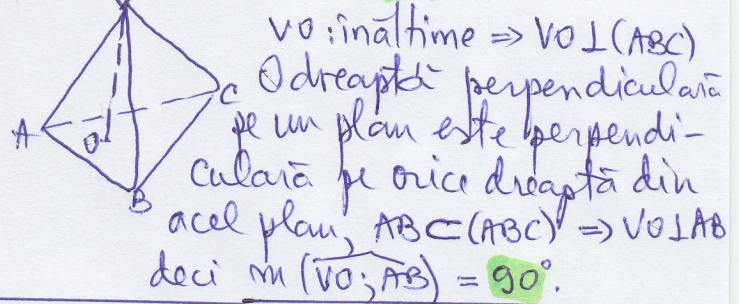
SUBIECTUL I: 1) $2 \cdot 10 - 10 : (1 + 4) = 20 - 10 : 5 = 20 - 2 = 18$;

2) $\frac{2a}{9} = \frac{4}{36} \Leftrightarrow 2a \cdot 36 = 9 \cdot 4 \Leftrightarrow 6ab = 36 \Leftrightarrow ab = 6 \Rightarrow ab - 2 = 6 - 2 = 4$;

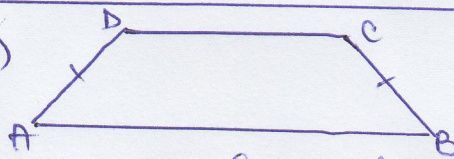
3) În $\mathbb{Z} \cap [-1; 2)$ avem numerele întregi $\{-1; 0; 1\}$. Suma pătratelor acestor numere este $(-1)^2 + 0^2 + 1^2 = 1 + 0 + 1 = 2$;

4)  $P_{ABCD} = 4 \cdot l = 4 \cdot 5 = 20$; 5)

6) $m_a = \frac{60 + 80 + 100 + 140 + 180}{5} = \frac{560}{5} = 112$.



SUBIECTUL al II-lea:



2) $N = \overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$; a, b, c : cifre distincte. N are valoarea cea mai mare când cifrele a, b, c sunt cele mai mari posibile. Fiind distincte ele trebuie să fie 9; 8, respectiv 7 și atunci avem $N = 987 + 879 + 798 = 2664$, valoarea maximă a lui N.

[Obs. $N = \overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} = 100a + 10b + c + 100b + 10c + a + 100c + 10a + b = 111a + 111b + 111c = 111(a + b + c)$ și e maxim când $a + b + c$ este maxim, adică $a + b + c = 9 + 8 + 7 = 24$. Deci $N = 111 \cdot 24 = 2664$, care este valoarea maximă a lui N.]

3) Notăm cu x lungimea totală a traseului.

În prima zi parcurge $\frac{40}{100} \cdot x = \frac{2}{5}x$. Distanța rămasă este $x - \frac{2}{5}x = \frac{5x - 2x}{5} = \frac{3x}{5}$.

A doua zi parcurge $\frac{5}{6} \cdot \frac{3x}{5} = \frac{x}{2}$.

Putem forma ecuația: $\frac{2x}{5} + \frac{5x}{2} + 3 = x \quad | \cdot 10 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4x + 5x + 30 = 10x \Leftrightarrow 10x - 4x - 5x = 30 \Leftrightarrow x = 30 \text{ (km)}$

R: Lungimea traseului este de 30 km.

4) a) $a = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{12}} + \frac{3}{\sqrt{27}} + \frac{4}{\sqrt{48}} \right) : \frac{2}{3} =$

$= \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{2\sqrt{3}} + \frac{3}{3\sqrt{3}} + \frac{4}{4\sqrt{3}} \right) : \frac{2}{3} =$

$= \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \cdot \frac{3}{2} = \frac{4}{\sqrt{3}} \cdot \frac{3}{2} = \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{1} = 2\sqrt{3} \text{ (g. r. d.)}$

$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$
 $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$
 $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

$$d) b = \frac{\sqrt{26^2 - 10^2}}{\sqrt{20^2 - 16^2}} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{16 \cdot 36}}{\sqrt{4 \cdot 36}} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{4 \cdot 6}{2 \cdot 6} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

$$\left. \begin{aligned} 26^2 - 10^2 &= (26-10)(26+10) = 16 \cdot 36 \\ 20^2 - 16^2 &= (20-16)(20+16) = 4 \cdot 36 \end{aligned} \right\}$$

$$(a+b)|a-b| = (2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})|2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}| = (2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) = (3\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3})^2 = 18 - 12 = 6.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2\sqrt{3} \leq 3\sqrt{2} \quad | \cdot (-1)^2 \\ 12 \leq 18 \end{array} \right.$$

$$5) E(x) = x(3x-2)^2 - 2(x^2-2x)(3x-2) + x(x^2-4x+4) =$$

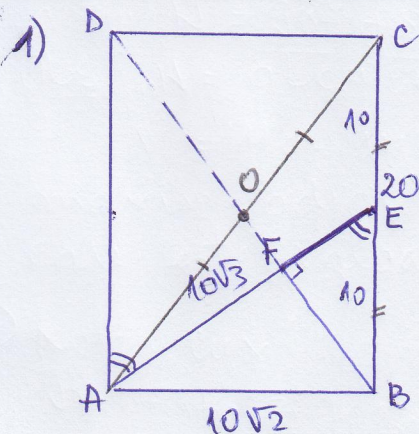
$$= x(9x^2 - 12x + 4) - 2(3x^3 - 2x^2 - 6x^2 + 4x) + x^3 - 4x^2 + 4x =$$

$$= 9x^3 - 12x^2 + 4x - 6x^3 + 4x^2 + 12x^2 - 8x + x^3 - 4x^2 + 4x =$$

$$= 4x^3 + 8x - 8x = 4x^3, \text{ deci } E(x) = 4x^3, \text{ pentru orice } x \in \mathbb{R}.$$

$$E(-a) + E(a) = 4 \cdot (-a)^3 + 4 \cdot a^3 = 4 \cdot (-a^3) + 4a^3 = -4a^3 + 4a^3 = 0, \text{ pentru orice } a \in \mathbb{R}.$$

SUBIECTUL al III-lea:



a) $A_{ABCD} = L \cdot l = AB \cdot BC = 10\sqrt{2} \cdot 20 = 200\sqrt{2} \text{ (cm}^2\text{)},$ (g.e.d.).

b) $BC = 20 \text{ cm}, E: \text{ mijlocul lui } [BC] \Rightarrow BE = EC = 10 \text{ cm}.$

Cu T.P. în $\triangle BAE$ cu $m(\hat{B}) = 90^\circ$ avem:

$$AE^2 = AB^2 + BE^2 = (10\sqrt{2})^2 + 10^2 = 200 + 100 = 300;$$

$$AE = \sqrt{300} = \sqrt{100 \cdot 3} = 10\sqrt{3} \text{ (cm)}.$$

T. catetei în $\triangle BAE$: $BE^2 = AE \cdot EF \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 10^2 = 10\sqrt{3} \cdot EF \Rightarrow EF = \frac{10^2}{10\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} \cdot 10}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ (cm)}, \text{ (g.e.d.).}$$

c) $EF = \frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ cm}, AE = 10\sqrt{3} \text{ cm} \Rightarrow \frac{EF}{AE} = \frac{10\sqrt{3}}{3} : 10\sqrt{3} = \frac{10\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{1}{10\sqrt{3}} = \frac{1}{3},$

deci F se află la $\frac{1}{3}$ față de E și la $\frac{2}{3}$ față de A pe $[AE]$.

AE : mediană în $\triangle ABC$

$\Rightarrow$ F este centrul de greutate al $\triangle ABC$.

$[BO]$ este mediană în $\triangle ABC$, unde am notat $\{O\} = AC \cap BD.$

$\Rightarrow F \in [BO] \Rightarrow B, F \text{ și } D$: coliniare, (g.e.d.).

DE BO

[OBS. Putem demonstra în altfel dacă știm următoarea "lemă":
Aria unui patrulater convex este egală cu $\frac{1}{2}$ din produsul diagonalelor $\Leftrightarrow$ diagonalele sale sunt perpendiculare.]

Cu această "lemă", considerând trapezul ABED am avea:

$$A_{ABED} = \frac{B+b}{2} \cdot i = \frac{AD+BE}{2} \cdot AB = \frac{20+10}{2} \cdot 10\sqrt{2} = 150\sqrt{2} \text{ (cm}^2\text{)} \quad (1)$$

Pe de altă parte, diagonalele sale sunt $AE = 10\sqrt{3} \text{ (cm)}$ și $BD = \sqrt{(10\sqrt{2})^2 + 20^2} = \sqrt{200 + 400} = \sqrt{600} = 10\sqrt{6} \text{ (cm)}$ (T.P. în $\triangle ABD$).

Jumătatea produsului diagonalelor este:

$$\frac{AE \cdot BD}{2} = \frac{10\sqrt{3} \cdot 10\sqrt{6}}{2} = \frac{100 \cdot 3\sqrt{2}}{2} = 150\sqrt{2} \text{ (cm}^2\text{)} \quad (2)$$

Din (1) și (2) $\Rightarrow A_{ABED} = \frac{AE \cdot BD}{2} \Rightarrow ABED$ are diagonalele perpendiculare (Obs. Un astfel de patrulater convex se numește "ortodiagonal").

Deci $BD \perp AE$.
Dar $BF \perp AE \mid \Rightarrow B, D \text{ și } F \text{ sunt coliniare (Dintr-un punct se poate duce o singură perpendiculară pe o dreaptă)}$

Dar cum se demonstrează "Lema"?

Știm deja un patrulater convex la care $A = \frac{D \cdot d}{2}$. Rombul este acesta, evident, iar despre romb știm că are diagonalele perpendiculare (este "ortodiagonal").

Dar "lema" e valabilă pentru orice patrulater cu diagonalele perpendiculare? Haideți să o demonstrăm.

Mai întâi să observăm că aceasta este o proprietate caracteristică (în enunț apare semnul " $\Leftrightarrow$ " echivalent).
Deci demonstrația trebuie făcută "direct și reciproc":

" $\Rightarrow$ "

$\text{I.P. } ABCD \text{ patrulater convex ortodiagonal}$
 $(AC \perp BD)$

$$C.: A_{ABCD} = \frac{AC \cdot BD}{2}$$

$$\text{Dem.: } A_{ABCD} = A_{\triangle ACD} + A_{\triangle ACB} = \frac{AC \cdot DO}{2} + \frac{AC \cdot BO}{2} = \frac{AC}{2} (DO + OB) = \frac{AC \cdot BD}{2}, \text{ g. e. d.}$$

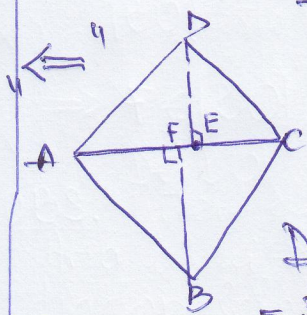
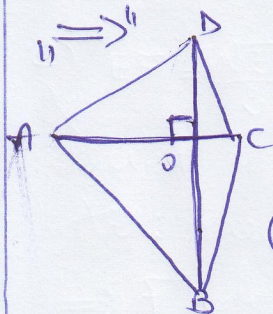
$\text{I.P. } ABCD \text{ patrulater convex}$

$$A_{ABCD} = \frac{AC \cdot BD}{2} \quad (1)$$

$C.: AC \perp BD$

$$\text{Dem. Ducem } DE \perp AC; BF \perp AC \text{ și avem } A_{ABCD} = \frac{AC \cdot DE}{2} + \frac{AC \cdot BF}{2}$$

$$= \frac{AC}{2} (BF + DE) \quad (2); \quad (1) \text{ și } (2) \Rightarrow BF + DE = BD \Rightarrow E = F \Rightarrow BD \perp AC.$$



a) $AB = AC = AD = 10 \text{ cm}$.
 $\triangle BCD$ equilateral $\Rightarrow BC = CD = BD$
 $P_{ABCD} = 30 \text{ cm} = BC + CD + BD \quad \left. \begin{array}{l} \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \right\} \Rightarrow$
 $\Rightarrow BC = CD = BD = 30 : 3 = 10 \text{ (cm)}$
 $AB = AC = 10 \text{ cm}$

$$\Rightarrow P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC = 10 + 10 + 10 = 30 \text{ (cm)}$$

b) P : mijlocul lui $[BD]$, M : mijlocul lui $[BC] \Rightarrow [MP]$: linie mijlocie în $\Delta BCD \Rightarrow MP \parallel CD$
 $CD \subset (ACD) \mid \Rightarrow MP \parallel (ACD)$ (O dreaptă extensibilă unui plan care este paralelă cu o dreaptă din plan este paralelă cu planul).

c) $AB = BC = AC = AD = CD = BD = 10 \text{ cm} \Rightarrow ABCD$ este un tetraedru regulat.

Ducem la mătrea tetraedrului regulat și avem:

$$AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{10\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} \text{ (cm)} - \text{apotema}; OM = \frac{1}{3} ND = \frac{1}{3} \cdot 5\sqrt{3} = \frac{5\sqrt{3}}{3} \text{ (cm)}$$

T. Pitagora m ΔAOM : $AO^2 = AM^2 - OM^2 = (5\sqrt{3})^2 - \left(\frac{5\sqrt{3}}{3}\right)^2 = 75 - \frac{75}{9} = \frac{675 - 75}{9} = \frac{600}{9} \Rightarrow OA = \sqrt{\frac{600}{9}} = \frac{10\sqrt{6}}{3} \text{ (cm.)}$ [Obs: In altitudo tetra]

Ducem $NQ \perp MD$
 N : mijlocul lui $[AD]$
 $NQ \perp MD$
 $AO \perp MD \Rightarrow NQ \parallel AO$

$\Rightarrow [NQ]$: linie mijlocie
 $MA DAO \Rightarrow Q$: mijlocul lui $[OD]$ și
 $NQ = \frac{AO}{2} = \frac{10\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{10\sqrt{6}}{6}$ (cm)

eduli regular de
muchie a este $\frac{a\sqrt{6}}{3}$

In $\triangle NQM$ avem: $NQ \perp MQ \Rightarrow \triangle NQM$: dreptunghiuc în Q .

$$NQ = \frac{1}{2}AO = \frac{\sqrt{5}\sqrt{6}}{2} = \frac{5\sqrt{6}}{3} \text{ (cm).}$$

$$MO = \frac{1}{2} OD = 0.3 \text{ m} \Rightarrow MQ = 2.0 \text{ m} = 2 \cdot \frac{5\sqrt{3}}{3} = \frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ (cm)}.$$

Cu T. Pitagora în $\triangle QMH$ avem:

$$MN^2 = QH^2 + QH^2 = \left(\frac{10\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\frac{5\sqrt{6}}{3}\right)^2 = \frac{300}{9} + \frac{150}{9} = \frac{450}{9} = 50 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow MN = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \text{ (cm)}.$$

Avem toate datele pentru a calcula măsura unghiului dintre AB și MN .

AB и MN: неопланарне

AB în MN: necoplanare
Ducem MR // AB pe fața (ABC) $\Rightarrow m(\widehat{AB; MN}) = m(\widehat{RMN})$. Deoarece M este mijlocul lui [BC] și MR || AB $\Rightarrow$ MR: linie mijlocie în $\Delta CAB \Rightarrow MR = \frac{AB}{2}$

$= \frac{10}{2} = 5 \text{ (cm)}$, iar R : mijlocul lui $[AC]$. Deci $[RH]$: linie mijlocie în $\triangle ACD$, $RH = \frac{CD}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ (cm)}$. Cu R.T. Pitagora în $\triangle RMH$, unde $5^2 + 5^2 = (5\sqrt{2})^2$ adică $MH^2 = RH^2 + RH^2 \Rightarrow \triangle RMH$: dr. isoscel $\Rightarrow m(\widehat{RMH}) = 45^\circ_{2 \text{ ad.5}}$

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 11

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	18	5p
2.	4	5p
3.	2	5p
4.	20	5p
5.	90	5p
6.	112	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	Desenează trapezul isoscel Notează trapezul isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$	4p 1p
2.	$N = \overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} = 111(a + b + c)$ Cum a , b și c sunt cifre distincte, cea mai mare valoare posibilă a sumei $a + b + c$ este 24, deci cea mai mare valoare pe care o poate lua numărul natural N este 2664	2p 3p
3.	$\frac{40}{100} \cdot x + \frac{5}{6} \left(x - \frac{40}{100} \cdot x \right) + 3 = x$, unde x este lungimea traseului parcurs în cele trei zile $x = 30$ km	3p 2p
4.	a) $a = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{2\sqrt{3}} + \frac{3}{3\sqrt{3}} + \frac{4}{4\sqrt{3}} \right) \cdot \frac{3}{2} =$ $= 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{3}{2} = 2\sqrt{3}$ b) $b = \frac{\sqrt{24^2}}{\sqrt{12^2}} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{24}{12} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$ $(a+b) a-b = (2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}) 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2} = (2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) = (3\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3})^2 = 6$	3p 2p 3p 2p
5.	$E(x) = x(3x-2)^2 - 2x(x-2)(3x-2) + x(x-2)^2 = x((3x-2)-(x-2))^2 = 4x^3$, pentru orice număr real x $E(-a) + E(a) = 4(-a)^3 + 4a^3 = -4a^3 + 4a^3 = 0$, pentru orice număr real a	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) $\mathcal{A}_{ABCD} = AB \cdot BC =$ $= 10\sqrt{2} \cdot 20 = 200\sqrt{2} \text{ cm}^2$	3p 2p
	b) $\triangle ABE$ este dreptunghic în B , deci $AE^2 = AB^2 + BE^2 \Rightarrow AE = \sqrt{200 + 100} = 10\sqrt{3} \text{ cm}$ $\triangle ABE$ este dreptunghic în B și $BF \perp AE \Rightarrow BE^2 = EF \cdot AE$, deci $EF = \frac{100}{10\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$	2p 3p

	c) AE este mediană în $\triangle ABC$ și, cum $F \in (AE)$ astfel încât $EF = \frac{1}{3}AE$, obținem că punctul F este centrul de greutate al triunghiului ABC BO este mediană în triunghiul ABC, unde $\{O\} = AC \cap BD$, deci $F \in (BO)$, de unde obținem că punctele B, F și D sunt coliniare	3p 2p
2.	a) $3BC = 30 \text{ cm} \Rightarrow BC = 10 \text{ cm}$	3p
	$P_{\triangle ABC} = AB + AC + BC = 30 \text{ cm}$	2p
	b) M este mijlocul lui BC și P este mijlocul lui BD , deci MP este linie mijlocie în $\triangle BCD$	2p
	$MP \parallel CD$ și $CD \subset (ACD)$, deci $MP \parallel (ACD)$	3p
	c) NP este linie mijlocie în $\triangle ABD$, deci $NP \parallel AB \Rightarrow m(\sphericalangle(AB, MN)) = m(\sphericalangle(NP, MN))$ AM, DM sunt înălțimi în triunghiurile echilaterale ABC, respectiv BCD și $BC = 10 \text{ cm}$, deci $AM = DM = 5\sqrt{3} \text{ cm}$ MN este înălțime în triunghiul isoscel AMD, deci $MN = \sqrt{DM^2 - DN^2} = 5\sqrt{2} \text{ cm}$ și, cum $MP = NP = 5 \text{ cm}$, avem $MN^2 = MP^2 + NP^2$, adică $\triangle MNP$ este dreptunghic isoscel, de unde obținem $m(\sphericalangle MNP) = m(\sphericalangle(NP, MN)) = 45^\circ$	2p 1p 2p