EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 21

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. **(30 de puncte)**

5p **1.** Rezultatul calculului $(15-3\cdot 5):5+1$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** Dacă $x\%$ din 80 este egal cu 40, atunci x este egal cu $\dots$.

5p **3.** Dacă n este numărul natural din intervalul $\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$, atunci n este egal cu $\dots$.

5p **4.** Dreptunghiul $MNPQ$ are lungimea $MN=10\,\text{cm}$ și lățimea $NP=7\,\text{cm}$. Aria acestui dreptunghi este egală cu $\dots\text{cm}^2$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentată o prismă patrulateră cu baza dreptunghiul $ABCD$. Unghiul dreptelor AD și $D'C'$ are măsura de $\dots$ °.

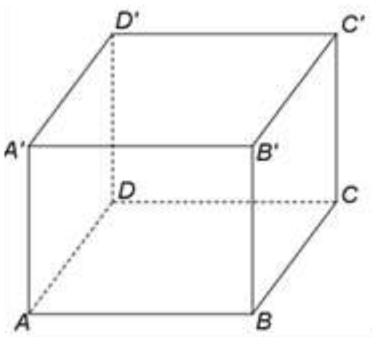


Figura 1

5p **6.** În tabelul de mai jos sunt prezentate temperaturile înregistrate la o stație meteorologică, în timpul unei zile, la diferite ore.

Ora	Ora 6	Ora 9	Ora 11	Ora 13	Ora 15	Ora 17	Ora 19
Temperatura (°C)	10	12	13	15	17	15	14

Conform informațiilor din tabel, diferența dintre cea mai mare temperatură și cea mai mică temperatură înregistrate în acea zi este egală cu $\dots$ °C .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un trapez $ABCD$ cu bazele AB și CD, $AB>CD$.

5p **2.** Se consideră numerele reale $x=\left(2^{20}\right)^3:2^{56}-2^3$ și $y=\left(3^{23}-3^{22}-3^{21}-3^{20}\right):3^{20}+3^0+3^1$. Calculaţi media geometrică a numerelor x și y.

5p **3.** O bunică și cei doi nepoți au suma vârstelor egală cu 69 de ani. Vârsta bunicii este un număr natural de două cifre, în care cifra zecilor reprezintă vârsta unui nepot, iar cifra unităților reprezintă vârsta celuilalt nepot. Determinați vârsta bunicii.

4. Se consideră numerele reale $a=\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}}+\frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}}$ și $b=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{6}}\right):\frac{1}{\sqrt{6}}$.

5p **a)** Arătați că $a=\frac{1}{2}$.

5p **b)** Arătați că numărul $N=(b-2a)^2-\sqrt{24}$ este natural.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(3x-1)^2-(3x+1)^2+(3x+2)^2-9x^2$, unde x este număr real. Arătați că numărul $E(1)+E(2)+E(3)+\ldots+E(49)$ este pătratul unui număr natural.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un trapez isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AB=12\text{cm}$, $CD=4\text{cm}$ şi $m(\sphericalangle ABC)=60°$. Paralela prin B la dreapta AC intersectează dreapta CD în punctul P.

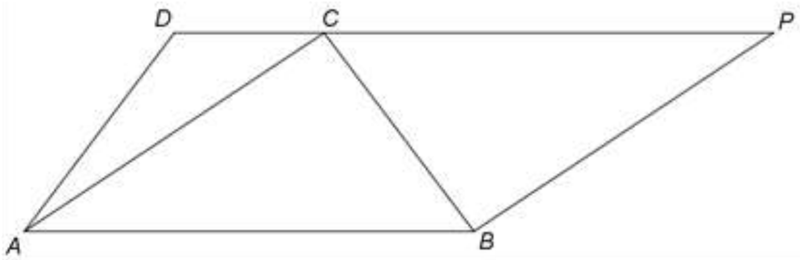


Figura 2

5p **a)** Arătați că măsura unghiului ADC este egală cu $120°$.

5p **b)** Arătați că aria patrulaterului $ABPD$ este egală cu $56\sqrt{3}\text{cm}^2$.

5p **c)** Se consideră punctul M, mijlocul segmentului AB și N, punctul de intersecție a dreptelor PM și BC. Demonstrați că lungimea segmentului BN este mai mică decât $2,7\text{cm}$.

2. În *Figura 3* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB=4\text{cm}$. Punctele M și N sunt situate pe laturile AB și BC astfel încât $AM=3\text{cm}$ și $BN=3\text{cm}$, iar E este punctul de intersecție a dreptelor AN și DM.

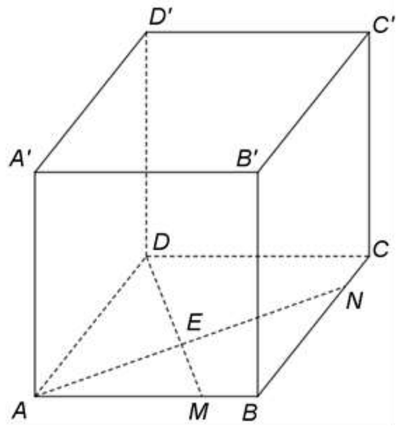


Figura 3

5p **a)** Arătați că aria patrulaterului $ABCD$ este egală cu 16cm^2.

5p **b)** Arătați că distanța de la punctul A' la dreapta DM este egală cu $\frac{4\sqrt{34}}{5}\text{cm}$.

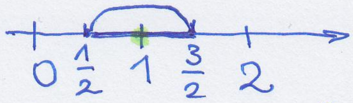
5p **c)** Determinați sinusul unghiului dintre dreapta AD și planul (ANA').

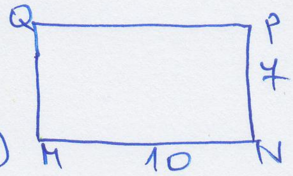
TESTUL 21: - Rezolvare:

SUBIECTUL I:

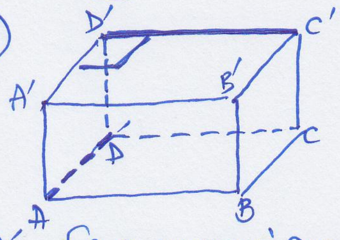
1) $(15-3\cdot 5):5+1=(15-15):5+1=0:5+1=0+1=1$;

2) $\frac{x}{100}\cdot 80=40 \Leftrightarrow \frac{8x}{10}=40 \,\Big|\cdot 10 \Leftrightarrow 8x=400 \Leftrightarrow x=400:8=50$;

3)  $n\in\mathbb{N}$; $n\in\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)\cap\mathbb{N} \Rightarrow n=1$.



4) $\mathcal{A}_{\square}=L\cdot \ell$; $\mathcal{A}_{MNPQ}=MN\cdot NP=10\cdot 7=70\,(cm^2)$

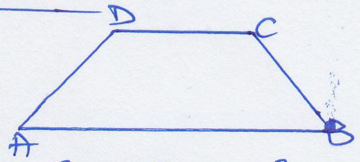
5) 

$\left.\begin{array}{l} AD \text{ și } D'C' \text{: necoplanare} \\ AD \parallel D'C' \end{array}\right\} \Rightarrow m(\widehat{AD;D'C'})=m(\widehat{A'D'C'})=90°$

6) $\left.\begin{array}{l} \text{Cea mai mare temperatură înregistrată e } 17°C. \\ \text{Cea mai mică temperatură înregistrată e } 10°C \end{array}\right\} \Rightarrow 17-10=7\,(°C)$

SUBIECTUL al II-lea:

1.) ABCD trapez
AB și CD baze $\Rightarrow$
$\Rightarrow AB \parallel CD$



2.) $x=(2^{20})^3:2^{56}-2^3=2^{20\cdot 3}:2^{56}-2^3=2^{60}:2^{56}-2^3=$
$=2^{60-56}-2^3=2^4-2^3=16-8=8$. Deci $x=8$.

$y=(3^{23}-3^{22}-3^{21}-3^{20}):3^{20}+3^0+3^1=(3^3\cdot 3^{20}-3^2\cdot 3^{20}-3^1\cdot 3^{20}-3^{20}):$
$:3^{20}+1+3=(3^3-3^2-3-1)\cdot 3^{20}:3^{20}+4=$
$=(27-9-3-1)\cdot 1+4=14\cdot 1+4=14+4=18$. Deci $y=18$.

$m_g(x;y)=\sqrt{xy}=\sqrt{8\cdot 18}=\sqrt{4\cdot 2\cdot 2\cdot 9}=2\cdot 2\cdot 3=12$. Deci $m_g=12$.

3.) Vârsta bunicii este $\overline{ab}$; vârsta unui nepot este a, iar a celuilalt nepot este b.

Avem $\overline{ab}+a+b=69 \Leftrightarrow 10a+b+a+b=69 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 11a+2b=69$. Putem lua, pe rând $a=1; a=2; \dots; a=9$ dar se poate reduce numărul de cazuri observând că:

$\left.\begin{array}{l} 2b \text{ este par pt. orice cifră } b \\ 69 \text{ este impar} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 11a\text{: impar} \\ 11\text{: impar} \end{array}\right\} \Rightarrow a\text{: impar}$

Avem cazurile:

$a=1 \Rightarrow 11+2b=69 \Rightarrow 2b=58 \Rightarrow b=58:2=29$ (nu e cifră)
$a=3 \Rightarrow 33+2b=69 \Rightarrow 2b=36 \Rightarrow b=36:2=18$ (— „ —)
$a=5 \Rightarrow 55+2b=69 \Rightarrow 2b=14 \Rightarrow b=14:2=7$, care convine
$a=7$ și $a=9$ sunt prea mari. Deci $a=5$; $b=7$ și vârsta bunicii este de 57 ani.

4) a) $a=\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}}+\frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}}=\frac{\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{\sqrt{2}}}-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}+\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{12}}-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12}}=$

$=1-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{\cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{\sqrt{3}}\cdot\sqrt{2}}-\frac{\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{\sqrt{2}}\cdot\sqrt{3}}+\frac{\cancel{\sqrt{4}}}{\cancel{\sqrt{4}}\sqrt{3}}-\frac{\cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{\sqrt{3}}\cdot\sqrt{4}}=$

$=1-\cancel{\frac{1}{\sqrt{2}}}+\cancel{\frac{1}{\sqrt{2}}}-\cancel{\frac{1}{\sqrt{3}}}+\cancel{\frac{1}{\sqrt{3}}}-\frac{1}{\sqrt{4}}=1-\frac{1}{\sqrt{4}}=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}.$

Deci $a=\frac{1}{2}$, q.e.d. [Obs: Încercați să calculați a raționalizând mai întâi numitorii.]

b) $b=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{6}}\right)\cdot\sqrt{6}=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}+\frac{\cancel{\sqrt{6}}}{\cancel{\sqrt{6}}}=$

$=\frac{\cancel{\sqrt{2}}\cdot\sqrt{3}}{\cancel{\sqrt{2}}}+\frac{\cancel{\sqrt{3}}\cdot\sqrt{2}}{\cancel{\sqrt{3}}}+1=\sqrt{3}+\sqrt{2}+1$. Deci $b=\sqrt{3}+\sqrt{2}+1$.

$N=(b-2a)^2-\sqrt{24}=\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}+1-2\cdot\frac{1}{2}\right)^2-\sqrt{4\cdot 6}=$

$=(\sqrt{3}+\sqrt{2}+\cancel{1}-\cancel{1})^2-2\sqrt{6}=(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2-2\sqrt{6}=$

$=(\sqrt{3})^2+2\sqrt{3}\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2-2\sqrt{6}=3+\cancel{2\sqrt{6}}+2-\cancel{2\sqrt{6}}=3+2=5$

Deci $N=5\in\mathbb{N}$, q.e.d

5) $E(x)=(3x-1)^2-(3x+1)^2+(3x+2)^2-9x^2$, $x\in\mathbb{R}$.

$E(x)=[(3x-1)-(3x+1)][(3x-1)+(3x+1)]+\cancel{9x^2}+12x+4-\cancel{9x^2}=$

$=(\cancel{3x}-1-\cancel{3x}-1)(3x\cancel{-1}+3x\cancel{+1})+12x+4=$

$=-2\cdot 6x+12x+4=\cancel{-12x}+\cancel{12x}+4=4.$

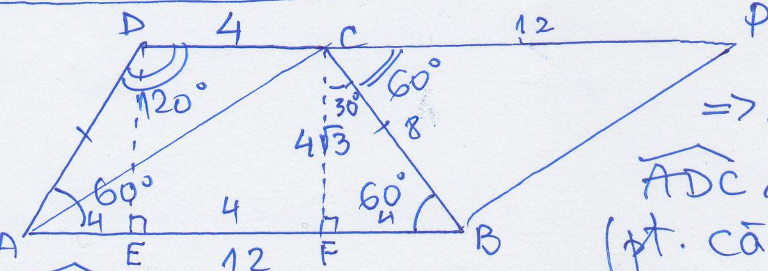
Deci $E(x)=4$ oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$.

$E(1)+E(2)+E(3)+\dots+E(49)=\underbrace{4+4+4+\dots+4}_{49\ \text{termeni}}=$

$=4\cdot 49=2^2\cdot 7^2=(2\cdot 7)^2=14^2$, deci $E(1)+E(2)+E(3)+\dots+E(49)$ este pătratul unui nr. natural, q.e.d.

SUBIECTUL al III-lea:

1) a)



ABCD: trapez isoscel $\Rightarrow$

$\Rightarrow m(\widehat{ABC})=m(\widehat{BAD})=60°$;

$\widehat{ADC}$ și $\widehat{BAD}$: suplementare (pt. că $AB\parallel DC$ și AD: secantă) $\Rightarrow$

$\Rightarrow m(\widehat{ADC})=180°-m(\widehat{BAD})=180°-60°=120°$, q.e.d.

b) Ducem înălțimile $DE \perp AB$; $CF \perp AB \Rightarrow DEFC$: dreptunghi și $EF = CD = 4$ cm.

$ABCD$: trapez isoscel $\Rightarrow AE = FB = \frac{AB - CD}{2} = \frac{12-4}{2} = \frac{8}{2} = 4$ (cm)

Cu $tg\,\widehat{B}$ în ΔFBC dreptunghic în $\widehat{F}$ avem: $tg\,60° = \frac{CF}{FB} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \sqrt{3} = \frac{CF}{4} \Rightarrow CF = 4\sqrt{3}$ cm.

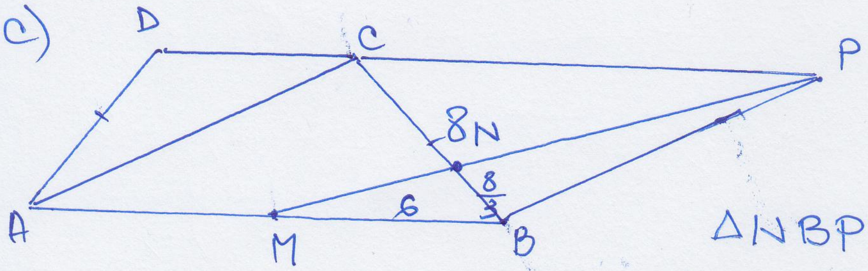
$\left.\begin{array}{l} BP \parallel AC \\ AB \parallel CP \end{array}\right\} \Rightarrow ABPC$: paralelogram $\Rightarrow AB = PC = 12$ cm.

Patrulaterul $ABPD$ este un trapez, deci $\mathcal{A}_{\text{trapez}} = \frac{B+b}{2} \cdot i$

$$\mathcal{A}_{ABPD} = \frac{PD + AB}{2} \cdot CF = \frac{16+12}{2} \cdot 4\sqrt{3} = 14 \cdot 4\sqrt{3} = 56\sqrt{3}\ (cm^2)$$

q.e.d.

c)



$AM = MB = \frac{AB}{2} = \frac{12}{2} = 6$ (cm)

$PC = 12$ cm $= AB$.

$\Delta NBP \sim \Delta NCP$ (T.f.N) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{BN}{NC} = \frac{MB}{PC} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ (1)

În ΔCFB cu $m(\widehat{F}) = 90°$, T.P. $\Rightarrow BC^2 = FB^2 + CF^2 = 4^2 + (4\sqrt{3})^2 =$

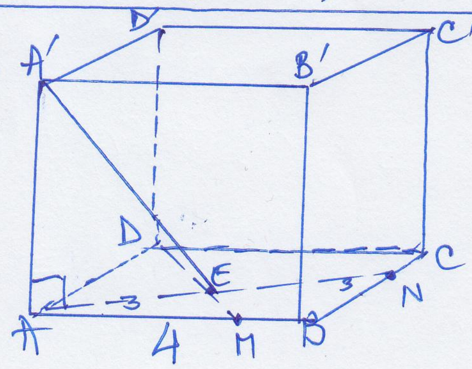
$= 4^2 + 3 \cdot 4^2 = 4 \cdot 4^2 \Rightarrow BC = \sqrt{4 \cdot 4^2} = 2 \cdot 4 = 8$ (cm). (2)

Din (1) și (2) $\Rightarrow \frac{BN}{8 - BN} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2BN = 8 - BN \Leftrightarrow 3BN = 8 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow BN = \frac{8}{3} = 2,(6) < 2,7$. Deci $BN < 2,7$ cm, q.e.d.

---

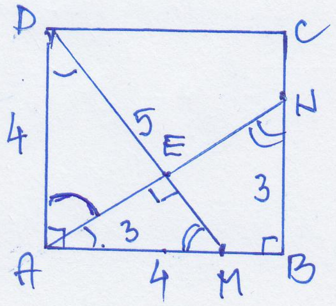
2).



a) $ABCD$: pătrat, $AB = 4$ cm.

$\mathcal{A}_{\square} = a^2$, $\mathcal{A}_{ABCD} = AB^2 = 4^2 = 16\ (cm^2)$

q.e.d.



b) $\Delta AMD \equiv \Delta BNA$ (C.C.) $\begin{cases} AM = BN = 3\text{cm} \\ AD = BA = 4\text{cm} \end{cases}$

$\Downarrow$

$\left.\begin{array}{l} \widehat{ADM} \equiv \widehat{BAN} \\ \text{și } \widehat{AMD} \equiv \widehat{BNA} \\ \widehat{ADM} \text{ și } \widehat{AMD}\text{: complementare} \\ \widehat{BAN} \text{ și } \widehat{BNA}\text{: complementare} \end{array}\right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow \widehat{AME}$ și $\widehat{MAE}$: complementare $\Rightarrow$

$\Rightarrow AE \perp MD$.

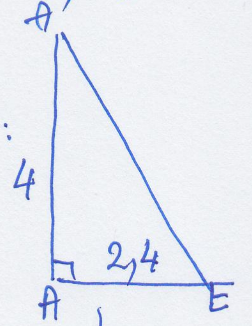
$\left.\begin{array}{l} \\ AA' \perp (ABC) \end{array}\right\} \Rightarrow A'E \perp DM$ (conf. T3⊥),

deci $d(A'; DM) = A'E$.

Cu T.P. în ΔAMD avem $DM = 5$ cm $(3;4;5)$: nr. pitagorice

Cu a II-a T.Î. avem $DM \cdot AE = AM \cdot AD \Leftrightarrow 5 \cdot AE = 3 \cdot 4 \Rightarrow$

$\Rightarrow AE = \frac{3 \cdot 4}{5} = \frac{12}{5} = 2{,}4$ (cm).



$\left.\begin{array}{l} A'A \perp (ABC) \\ AE \subset (ABC) \end{array}\right| \Rightarrow \Delta A'AE$: dr. în $\hat{A}$ şi cu T.P. avem:

$$A'E^2 = AA'^2 + AE^2 = 4^2 + \left(\frac{12}{5}\right)^2 = 16 + \frac{144}{25} = \frac{400+144}{25} = \frac{544}{25}; \quad A'E = \sqrt{\frac{544}{25}} = \frac{4\sqrt{34}}{5} \text{ (cm)}$$

$$\begin{array}{r|l} 544 & 4 \\ 136 & 4 \\ 34 & 34 \\ 1 & \end{array}$$

Deci $d(A'; DM) = A'E = \frac{4\sqrt{34}}{5}$ (cm), q.e.d.

c) Măsura unghiului format de o dreaptă cu un plan este egală cu măsura unghiului format de dreaptă cu proiecția ei pe plan.

$$\left.\begin{array}{l} A \in (ANA') \\ \left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} AA' \perp (ABC) \\ DE \subset (ABC) \end{array}\right\} \Rightarrow AA' \perp DE \\ DE \perp AN \\ AN \subset (ANA') \end{array}\right\} \Rightarrow DE \perp (ANA') \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow AE$ este proiecția lui AD pe planul (ANA'), deci

$m[\widehat{AD; (ANA')}] = m(\widehat{AE; AD}) = m(\widehat{DAE})$.

În ΔEAD dreptunghic în $\hat{E}$ avem

$$\left.\begin{array}{l} \sin \widehat{DAE} = \frac{DE}{AD} \\ \text{Cu T.C. avem } AD^2 = DE \cdot DM \Leftrightarrow 4^2 = DE \cdot 5 \Rightarrow DE = \frac{16}{5} \text{ cm} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \sin \widehat{DAE} = \frac{\frac{16}{5}}{4} = \frac{\cancel{16}^{4}}{5} \cdot \frac{1}{\cancel{4}} = \frac{4}{5}$.

Deci $\sin[\widehat{AD; (ANA')}] = \frac{4}{5}$.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Matematică
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 21

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	1	**5p**
2.	50	**5p**
3.	1	**5p**
4.	70	**5p**
5.	90	**5p**
6.	7	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează trapezul	**4p**
	Notează trapezul $ABCD$ cu bazele AB şi CD, $AB > CD$	**1p**
2.	$x = 2^{60} : 2^{56} - 2^3 = 2^4 - 8 = 8$	**2p**
	$y = 3^{20}\left(3^3 - 3^2 - 3^1 - 1\right) : 3^{20} + 1 + 3 = 14 + 4 = 18$, de unde obținem media geometrică $m_g = \sqrt{xy} = \sqrt{8 \cdot 18} = \sqrt{2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 9} = 12$	**3p**
3.	$\overline{ab} + a + b = 69 \Rightarrow 11a + 2b = 69$	**2p**
	Cum a și b sunt cifre, obținem $a = 5$, $b = 7$, deci vârsta bunicii este 57 de ani	**3p**
4.	**a)** $a = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{12}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}} =$	**3p**
	$= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$	**2p**
	b) $b = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1}{\sqrt{6}} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{3} + \sqrt{2} + 1$	**3p**
	$N = \left(\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1 - 1\right)^2 - \sqrt{24} = \left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)^2 - 2\sqrt{6} = 3 + 2\sqrt{6} + 2 - 2\sqrt{6} = 5$, care este număr natural	**2p**
5.	$E(x) = 9x^2 - 6x + 1 - 9x^2 - 6x - 1 + 9x^2 + 12x + 4 - 9x^2 = 4$, pentru orice număr real x	**3p**
	$E(1) + E(2) + E(3) + \ldots + E(49) = 4 \cdot 49 = 2^2 \cdot 7^2 = 14^2$, care este pătratul unui număr natural	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $ABCD$ este trapez isoscel, deci $\sphericalangle ABC \equiv \sphericalangle BAD \Rightarrow m(\sphericalangle BAD) = 60°$	**2p**
	$AB \parallel CD \Rightarrow \sphericalangle ADC$ și $\sphericalangle BAD$ sunt suplementare, deci $m(\sphericalangle ADC) = 120°$	**3p**
	b) $AB \parallel CP$ și $AC \parallel BP \Rightarrow ABPC$ paralelogram, deci $CP = 12\text{cm}$ și, cum D, C și P sunt coliniare, obținem $DP = 16\text{cm}$	**2p**
	$ABCD$ este trapez isoscel, deci $BE = 4\text{cm}$, unde $CE \perp AB$, $E \in AB \Rightarrow \text{tg}(\sphericalangle EBC) = \frac{CE}{BE}$, deci $CE = 4\sqrt{3}\text{cm}$ și, cum $ABPD$ este trapez, obținem $\mathcal{A}_{ABPD} = \frac{(12+16) \cdot 4\sqrt{3}}{2} = 56\sqrt{3}\text{cm}^2$	**3p**

	c) $ABPC$ este paralelogram, deci BO este mediană în ΔABP, unde $\{O\} = AP \cap BC$ și, cum PM este mediană în ΔABP și $\{N\} = PM \cap BC \Rightarrow N$ este centrul de greutate al ΔABP	**2p**
	$BC = \sqrt{CE^2 + BE^2} = 8\text{cm}$ și, cum $BN = \frac{2}{3}BO = \frac{1}{3}BC$, obținem că $BN = \frac{8}{3}\text{cm} < 2{,}7\text{cm}$	**3p**
2.	**a)** $ABCD$ este pătrat, deci $\mathcal{A}_{ABCD} = AB^2 =$	**3p**
	$= 4^2 = 16\text{cm}^2$	**2p**
	b) $AD = BA$, $AM = BN$ și $AD \perp AB$, $AB \perp BC \Rightarrow \Delta ADM \equiv \Delta BAN \Rightarrow \sphericalangle AMD \equiv \sphericalangle BNA$ și, cum $m(\sphericalangle BAN) + m(\sphericalangle BNA) = 90°$, obținem că $m(\sphericalangle MAE) + m(\sphericalangle AME) = 90°$, deci $AE \perp ME$	**2p**
	$AA' \perp (ABC)$, $AE \perp DM$ și $DM \subset (ABC) \Rightarrow A'E \perp DM$ și, cum $AE = \frac{AD \cdot AM}{DM} = \frac{12}{5}\text{cm}$, obținem $d(A', DM) = A'E = \sqrt{AA'^2 + AE^2} = \sqrt{\frac{544}{25}} = \frac{4\sqrt{34}}{5}\text{cm}$	**3p**
	c) $AA' \perp (ABC)$ și $DE \subset (ABC) \Rightarrow A'A \perp DE$ și, cum $DE \perp AE$ și $AE \cap AA' = \{A\}$, obținem $DE \perp (ANA')$, deci $m(\sphericalangle(AD,(ANA'))) = m(\sphericalangle(AD, AE)) = m(\sphericalangle DAE)$	**3p**
	$\sphericalangle DAE$, $\sphericalangle ADE$ sunt complementare, $\sphericalangle ADE$, $\sphericalangle AMD$ sunt complementare $\Rightarrow \sphericalangle DAE \equiv \sphericalangle AMD$, de unde obținem $\sin(\sphericalangle DAE) = \sin(\sphericalangle AMD) = \frac{AD}{DM} = \frac{4}{5}$	**2p**