

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 38

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului $8 - 16 : 2$ este egal cu
- 5p 2. Un obiect costă 30 de lei. După o reducere a prețului cu 50% , prețul obiectului este de ... lei.
- 5p 3. Cel mai mare număr natural din intervalul $[-3, 4)$ este egal cu
- 5p 4. Rombul $ABCD$ are $AB = 2\sqrt{2}$ cm . Perimetrul acestui romb este egal cu ... cm .
- 5p 5. În *Figura 1* este reprezentată o prismă $ABCA'B'C'$ cu baza triunghi echilateral, $AB = 10$ cm și $AA' = 5$ cm . Suma lungimilor tuturor muchiilor acestei prisme egală cu ... cm .

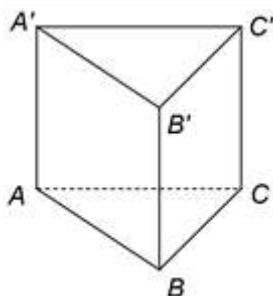


Figura 1

- 5p 6. În tabelul de mai jos sunt prezentate informații despre numărul de kilograme de roșii vândute de un producător, în fiecare dintre zilele unei săptămâni. Prețul unui kilogram de roșii a fost de 5 lei.

Ziua	Luni	Marți	Miercuri	Joi	Vineri	Sâmbătă	Duminică
Nr. de kg de roșii vândute	40	45	60	55	45	55	70

Conform informațiilor din tabel, suma de bani încasată de producător pentru roșiile vândute în această săptămână este egală cu ... de lei.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un trapez dreptunghic $ABCD$ cu baza mare AB și unghiul A drept.
- 5p 2. Determinați cel mai mic număr natural de trei cifre care se divide cu 2 , cu 3 și cu 5 .
- 5p 3. După ce a parcurs două treimi dintr-un traseu, Alex constată că mai are de parcurs cu 5km mai puțin decât distanța deja parcursă. Determinați lungimea traseului.
4. Se consideră numerele reale $a = \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{8} + \frac{3}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{27}$ și $b = (\sqrt{5} + \sqrt{3} - 2)^2 - 2(\sqrt{15} - 2\sqrt{5}) + \sqrt{48} + 1$.
- 5p a) Arătați că $a = 13$.
- 5p b) Arătați că media aritmetică a numerelor a și b este egală cu b .
- 5p 5. Se consideră expresia $E(x) = (2x+1)^2 - 3(x+1)^2 - (x-1)(x+1) + 6(x-1)$, unde x este număr real. Determinați numerele naturale n pentru care $E(n) \leq -1$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un romb $ABCD$ cu $AB = 6$ cm și $BD = 6$ cm . Punctele M și N sunt mijloacele laturilor AB , respectiv CD .

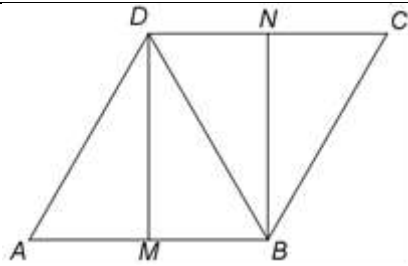


Figura 2

- 5p a) Arătați că lungimea segmentului AC este egală cu $6\sqrt{3}$ cm .
- 5p b) Demonstrați că segmentele BD și MN sunt congruente.
- 5p c) Știind că aria triunghiului BNC reprezintă $p\%$ din aria triunghiului ABE , unde E este punctul de intersecție a dreptelor AD și BN , determinați numărul natural p .

2. În Figura 3 este reprezentat un cub $ABCD A' B' C' D'$ cu $AB = 30$ cm . Punctul M este mijlocul laturii AB și punctul N este situat pe latura DD' astfel încât $DN = \frac{2}{3} DD'$.

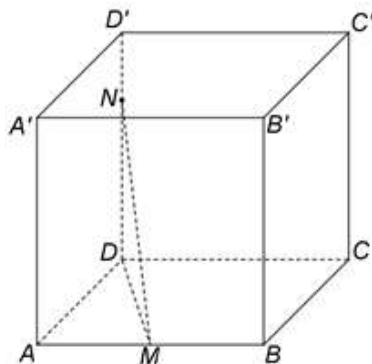


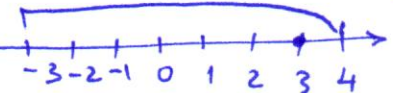
Figura 3

- 5p a) Arătați că aria patrulaterului $ABCD$ este egală cu 900cm^2 .
- 5p b) Demonstrați că distanța de la punctul A la planul (MDN) este egală cu $6\sqrt{5}$ cm .
- 5p c) Arătați că tangenta unghiului dintre dreapta MN și planul (ADD') este egală cu $\frac{3\sqrt{13}}{26}$.

TESTUL 38: REZOLVARE:

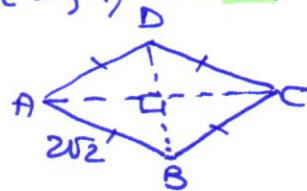
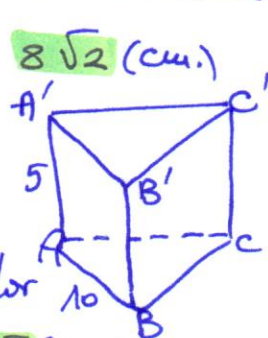
SUBIECTUL I: 1) $8 - 16 : 2 = 8 - 8 = 0$;

2) $100\% - 50\% = 50\%$. (50% din 30 lei) = $\frac{50}{100} \cdot 30 = 15$ (lei).

3)  Cel mai mare nr. natural din $[-3; 4)$ este **3**.

4) $P_{\text{romb}} = 4l = 4 \cdot AB = 4 \cdot 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$ (cm).

5) Prisma are 6 muchii de 10 cm
și 3 muchii laterale de 5 cm.

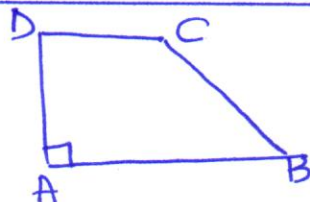


Suma lungimilor tuturor muchiilor
este de $6 \cdot 10 + 3 \cdot 5 = 60 + 15 = 75$ (cm).

6) Câte kg de roșii a vândut? $40 + 45 + 60 + 55 + 45 + 55 + 70 = 370$ (kg).
Ce sumă a încasat? $370 \cdot 5 = 1850$ (lei) = 185000 banii.

SUBIECTUL al II-lea:

1)

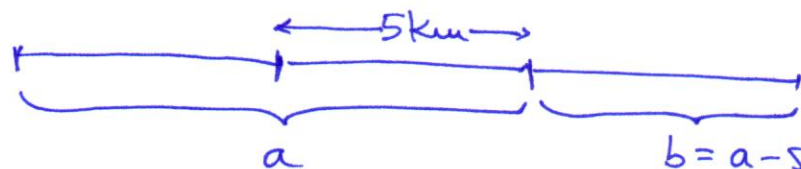


2) $\overline{abc} : 2 \Leftrightarrow c : \text{pară}$

$\overline{abc} : 5 \Leftrightarrow c \in \{0, 5\} \Rightarrow \boxed{c=0} \Rightarrow$

$\Rightarrow \overline{abc} = \overline{ab0}$, iar $\overline{ab0} : 3 \Rightarrow (a+b+0) : 3$
 $\overline{ab0}$ minim $\Rightarrow a+b=3$
și $\boxed{a=1}$.

Deci $a=1, b=2, c=0$ și numărul cerut este 120.

3)  $\Rightarrow$ 1 parte are 5 km.

metoda a II-a: (ecuație). Notăm cu x lungimea traseului.

Parcurge $\frac{2}{3}x \Rightarrow$ îi rămân de parcurs $\frac{1}{3}x$ și avem ecuația:

$$\frac{1}{3}x = \frac{2}{3}x - 5 \quad \Leftrightarrow \quad x = 2x - 15 \quad (=) \quad 15 = 2x - x \quad (=) \quad x = 15 \text{ (km)}.$$

$$4) a) a = \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot 2\sqrt{2} + \frac{3}{\sqrt{3}} \cdot 3\sqrt{3} = 4 + 9 = 13, \text{ g.e.d.} \quad \left. \begin{array}{l} \sqrt{8} = 2\sqrt{2}; \sqrt{27} = 3\sqrt{3} \\ \sqrt{48} = 4\sqrt{3} \end{array} \right\}$$

$$b) b = 5 + 3 + 4 + 2\sqrt{15} - 4\sqrt{5} - 4\sqrt{3} - 2\sqrt{15} + 4\sqrt{5} + 4\sqrt{3} + 1 = 13.$$

Deci $b = 13$ și $a = 13$.

$$m_g = \sqrt{ab} = \sqrt{13 \cdot 13} = 13 = b, \text{ g.e.d.}$$

$$m_a = \frac{a+b}{2} = \frac{13+13}{2} = \frac{26}{2} = 13 = b, \text{ g.e.d.}$$

$$5) E(x) = 4x^2 + 4x + 1 - 3(x^2 + 2x + 1) - (x^2 - 1) + 6x - 6 =$$

$$= \underline{4x^2} + \underline{4x} + \underline{1} - \underline{3x^2} - \underline{6x} - \underline{3} - \underline{x^2} + \underline{1} + \underline{6x} - \underline{6} =$$

$$= 4x - 7. \text{ Deci } E(x) = 4x - 7 \text{ pentru orice } x \in \mathbb{R}.$$

$$n \in \mathbb{N}, E(n) \leq -1 \Leftrightarrow 4n - 7 \leq -1 \Leftrightarrow 4n \leq 7 - 1 \Leftrightarrow$$

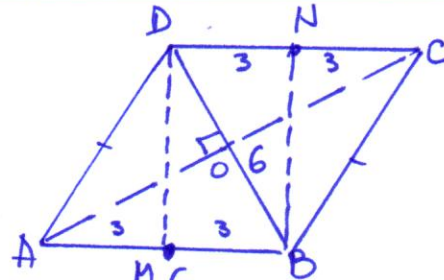
$$\Leftrightarrow 4n \leq 6 \Leftrightarrow n \leq \frac{6}{4} \Leftrightarrow n \leq 1,5 \quad \left. \begin{array}{l} \text{---} \\ 0 \quad 1 \quad 1,5 \quad 2 \end{array} \right\} \Rightarrow n \in \{0; 1\}.$$

SUBIECTUL al III-lea:

1) a) ABCD: romb $\Rightarrow$

$$\Rightarrow AB = BC = CD = DA (= 6 \text{ cm})$$

$$BD = 6 \text{ cm}$$



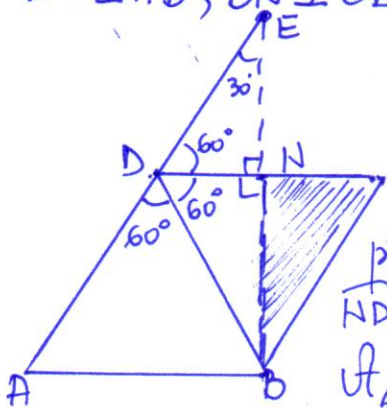
$\Rightarrow \triangle ABD$ și $\triangle CBD$: echilaterale și congruente, cu latura de 6 cm.

Fie O punctul de intersecție a diagonalelor rombului.

$$AO = OC, AC \perp BD. AO = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \text{ (cm)}. \quad \left(\begin{array}{l} \text{înălțime în} \\ \triangle \text{echilateral} \\ \triangle ABD \end{array} \right)$$

$$AC = 2 \cdot AO = 2 \cdot 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3} \text{ (cm)}, \text{ g.e.d.}$$

b) $DM \perp AB, BN \perp CD, AB \parallel CD \Rightarrow DM \parallel BN$



(C.U.) $\triangle HDE \cong \triangle NDB$
pt. că sunt dr. și
 $\angle HDE = \angle NDB$ (cu 60°)

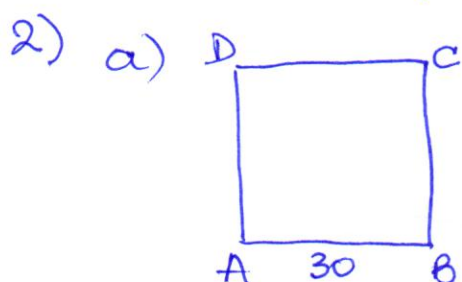
$$\mathcal{A}_{\triangle ABD} = 2 \cdot \mathcal{A}_{\triangle HDB}$$

$$\mathcal{A}_{\triangle ABE} = \mathcal{A}_{\triangle ABD} + \mathcal{A}_{\triangle HDB} + \mathcal{A}_{\triangle HDE} = 4 \cdot \mathcal{A}_{\triangle HDB} = 4 \cdot \mathcal{A}_{\triangle HBC} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4 \cdot \mathcal{A}_{\triangle HBC} = \mathcal{A}_{\triangle ABE} \Rightarrow \mathcal{A}_{\triangle HBC} = \frac{1}{4} \mathcal{A}_{\triangle ABE} = \frac{25}{100} \mathcal{A}_{\triangle ABE}.$$

$$\text{Deci } \mathcal{A}_{\triangle HBC} = (25\% \text{ din } \mathcal{A}_{\triangle ABE}) = (p\% \text{ din } \mathcal{A}_{\triangle ABE}) \Rightarrow p = 25.$$

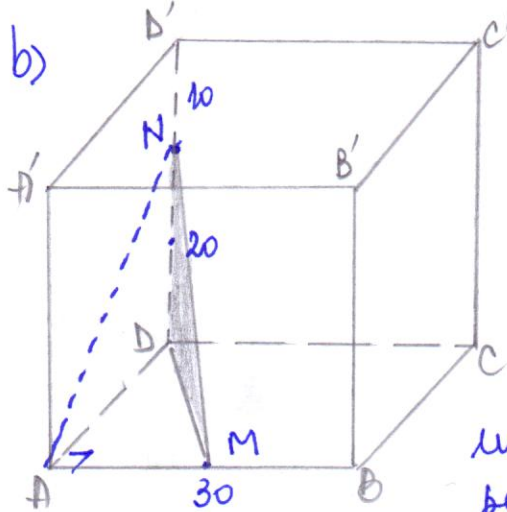
$\Rightarrow MBND$: dreptunghi
 $\Downarrow$
 $[BD] = [MN]$ - diagonalele dreptunghiului sunt congruente.



ABCD: pătrat, $AB = 30 \text{ cm}$

$$\mathcal{A}_{\square} = l^2; \mathcal{A}_{ABCD} = AB^2 = 30^2 = 30 \cdot 30 = 900 \text{ (cm}^2\text{)}$$

(g.e.d.)



$$DN = \frac{2}{3} \cdot DD' = \frac{2}{3} \cdot 30 = 20 \text{ (cm)}$$

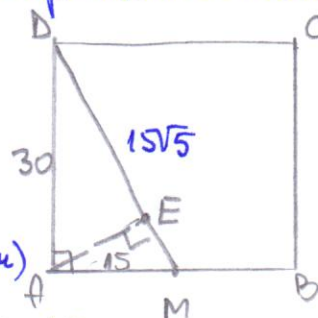
$$D'N = DD' - DN = 30 - 20 = 10 \text{ (cm)}.$$

$$(NDM) \perp (ABC) \text{ pt. c\u0103 } \left\{ \begin{array}{l} ND \perp (ABC) \\ ND \subset (NDM) \end{array} \right.$$

Dou\u0103 plane sunt perpendiculare dac\u0103 unul contine o dreapt\u0103 perpendicular\u0103 pe cel\u0102lalt plan.

Atunci $d(A; (NDM)) = AE$, unde $AE \perp MD$.

$$\text{Cu T. P. in } \triangle MAD: MD^2 = AD^2 + AM^2 = 30^2 + 15^2 = 900 + 225 = 1125 \Rightarrow MD = \sqrt{1125} = 15\sqrt{5} \text{ (cm)}$$



$$A \parallel - a T. \hat{I}: DM \cdot AE = AD \cdot AM \Leftrightarrow 15\sqrt{5} \cdot AE = 30 \cdot 15 \Leftrightarrow AE = \frac{30 \cdot 15}{15\sqrt{5}} = \frac{30}{\sqrt{5}} = \frac{30\sqrt{5}}{5} = 6\sqrt{5} \text{ (cm)}.$$

Deci $d[A; (NDM)] = AE = 6\sqrt{5} \text{ cm}$, g. e. d.

c) Unghiul dintre o dreapt\u0103 si un plan are m\u0103sur\u0103 egal\u0103 cu cea a unghiului format de dreapt\u0103 cu proiec\u021bia ei pe plan.

$$\left. \begin{array}{l} ND \perp (ABC) \\ DA \perp AB \end{array} \right\} \xRightarrow{(T.3.1.)} NA \perp AB \Rightarrow MA \perp AN \quad \left. \begin{array}{l} MA \perp AN \\ MA \perp AD \end{array} \right\} \Rightarrow MA \perp (ADD'), \text{ deci proiec-}$$

ția lui MN pe (ADD') este AN \u0161i atunci $m[\widehat{MN}; (ADD')] = m[\widehat{MN}; AN] = m(\widehat{ANM})$.

In $\triangle NAM$ dreptunghic in $\hat{A}$ (conform (1)) avem:

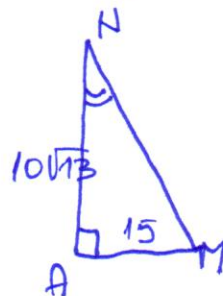
$$\operatorname{tg}(\widehat{ANM}) = \frac{AM}{AN}$$

$$\text{iar } AN^2 = AD^2 + DN^2 \text{ (T. P. in } \triangle DAN \text{ cu } m(\hat{D}) = 90^\circ)$$

$$AN^2 = 30^2 + 20^2 = 900 + 400 = 1300 \Rightarrow AN = \sqrt{1300} = 10\sqrt{13} \text{ (cm)}$$

$$\operatorname{tg}(\widehat{ANM}) = \frac{15}{10\sqrt{13}} = \frac{3}{2\sqrt{13}} = \frac{3\sqrt{13}}{26}.$$

Deci $\operatorname{tg}[\widehat{MN}; (ADD')] = \frac{3\sqrt{13}}{26}$, g. e. d.



EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 38

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	0	5p
2.	15	5p
3.	3	5p
4.	$8\sqrt{2}$	5p
5.	75	5p
6.	1850	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	Desenează trapezul dreptunghic Notează trapezul dreptunghic $ABCD$ cu baza mare AB și unghiul A drept	4p 1p
2.	$\overline{abc}$ se divide cu 2 și cu 5, deci $c = 0$ Cum $\overline{ab0}$ este cel mai mic număr natural care se divide cu 3, deci $a + b = 3$, obținem numărul 120	2p 3p
3.	$\frac{2}{3} \cdot x + \frac{2}{3} \cdot x - 5 = x$, unde x este lungimea traseului $x = 15$ km	3p 2p
4.	a) $a = \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot 2\sqrt{2} + \frac{3}{\sqrt{3}} \cdot 3\sqrt{3} =$ $= 4 + 9 = 13$ b) $b = 5 + 3 + 4 + 2\sqrt{15} - 4\sqrt{5} - 4\sqrt{3} - 2\sqrt{15} + 4\sqrt{5} + 4\sqrt{3} + 1 = 13$ $m_a = \frac{a+b}{2} = \frac{13+13}{2} = 13 = b$	3p 2p 3p 2p
5.	$E(x) = 4x^2 + 4x + 1 - 3x^2 - 6x - 3 - x^2 + 1 + 6x - 6 = 4x - 7$ $E(n) = 4n - 7$, deci $4n - 7 \leq -1 \Rightarrow 4n \leq 6$ și, cum n este număr natural, obținem $n = 0$ sau $n = 1$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) $ABCD$ este romb, deci O este mijlocul segmentelor AC și BD , unde $\{O\} = AC \cap BD$ $AB = AD = BD \Rightarrow \triangle ABD$ echilateral $\Rightarrow AO = 3\sqrt{3}$ cm, de unde obținem $AC = 2AO = 6\sqrt{3}$ cm	2p 3p
	b) $\triangle ABD$ echilateral și M este mijlocul segmentului AB , deci $DM \perp AB$ și $BM = \frac{AB}{2}$ N este mijlocul segmentului CD , deci $DN = \frac{CD}{2}$ și, cum $AB \parallel CD$ și $AB = CD$, obținem $BM \parallel DN$, $BM = DN$ și $DM \perp MB \Rightarrow BNDM$ dreptunghi, deci segmentele BD și MN sunt congruente	2p 3p

	c) $DN \parallel AB \Rightarrow \triangle EDN \sim \triangle EAB$ și, cum $DN = \frac{AB}{2}$, obținem că $BE = 2BN$ $\mathcal{A}_{\triangle BNC} = \frac{BN \cdot NC}{2} = \frac{1}{4} \cdot BN \cdot AB$ și $\mathcal{A}_{\triangle ABE} = \frac{AB \cdot BE}{2} = AB \cdot BN$, deci $\mathcal{A}_{\triangle BNC} = \frac{1}{4} \mathcal{A}_{\triangle ABE}$ și, cum $\mathcal{A}_{\triangle BNC} = \frac{p}{100} \mathcal{A}_{\triangle ABE}$, obținem $p = 25$	2p 3p
2.	a) $ABCD$ este pătrat, deci $\mathcal{A}_{ABCD} = AB^2 = 30^2 = 900 \text{ cm}^2$	3p 2p
	b) $ND \perp (ABC)$ și $AP \subset (ABC) \Rightarrow ND \perp AP$, unde $AP \perp DM$, $P \in DM$ și, cum $ND \cap DM = \{D\}$, obținem că $AP \perp (MDN)$, deci $d(A, (MDN)) = AP$ $\triangle ADM$ este dreptunghic, $AM = 15 \text{ cm}$ și $DM = \sqrt{AD^2 + AM^2} = 15\sqrt{5} \text{ cm}$, de unde obținem $AP = \frac{AD \cdot AM}{DM} = 6\sqrt{5} \text{ cm}$	2p 3p
	c) $MA \perp (ADD') \Rightarrow m(\sphericalangle(MN, (ADD'))) = m(\sphericalangle(MN, NA)) = m(\sphericalangle MNA)$ și, cum $MA \perp AN$, obținem că $\text{tg}(\sphericalangle MNA) = \frac{AM}{AN}$ $DN = 20 \text{ cm}$, $AD = 30 \text{ cm} \Rightarrow AN = 10\sqrt{13} \text{ cm}$, deci $\text{tg}(\sphericalangle MNA) = \frac{3\sqrt{13}}{26}$	3p 2p