MINISTERUL EDUCAȚIEI ŞI CERCETĂRII

CENTRUL NAȚIONAL DE POLITICI ŞI EVALUARE ÎN EDUCAȚIE

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul şcolar 2020 - 2021

Matematică

Testul 3

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p **1.** Dintre numerele 12 , 13 ,14 și 15 , numărul divizibil cu 6 este:

a) 12
b) 13
c) 14
d) 15

$n \vdots 6 \Leftrightarrow n$ se împarte exact la 6.
Deci $n = 12$
Celelalte dau rest nenul la împărțirea cu 6.

5p **2.** Dacă $\frac{a}{4} = \frac{5}{b}$, $b \neq 0$, atunci valoarea produsului $a \cdot b$ este:

a) 20
b) 9
c) $\frac{5}{4}$
d) $\frac{4}{5}$

Produsul extremilor este egal cu produsul mezilor, deci $ab = 4 \cdot 5 = 20$

5p **3.** Luni, temperatura înregistrată la ora 10 la o stație meteo a fost de $-3^{\circ}\mathrm{C}$, iar marți, la aceeași oră, au fost înregistrate $3^{\circ}\mathrm{C}$. Temperatura înregistrată marți este mai mare decât temperatura înregistrată luni cu:

a) $-3^{\circ}\mathrm{C}$
b) $0^{\circ}\mathrm{C}$
c) $3^{\circ}\mathrm{C}$
d) $6^{\circ}\mathrm{C}$

Diferența a două numere reale a și b este egală cu $|a-b|$.
La noi $|3-(-3)| = |3+3| = |6| = 6$ sau
$|-3-3| = |-6| = 6$

5p **4.** Dintre numerele $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$ și $\frac{4}{5}$ cel mai mare este:

30) 20) 15) 12)

$\frac{30}{60} > \frac{40}{60} > \frac{45}{60} > \frac{48}{60} = \frac{4}{5}$

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{4}{5}$

5p **5.** Patru elevi, Lara, Patrick, Tudor și Sofia, au calculat produsul numerelor $-4\sqrt{2}$ și $8\sqrt{2}$. Rezultatele obținute sunt prezentate în tabelul de mai jos:

Lara	Patrick	Tudor	Sofia
−128	−64	64	128

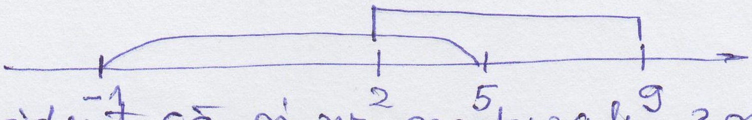
Dintre cei patru elevi, rezultatul corect a fost obținut de:

a) Lara
b) Patrick
c) Tudor
d) Sofia

$-4\sqrt{2} \cdot 8\sqrt{2} = -32 \cdot 2 = -64$

5p **6.** Se consideră intervalele $A = (-1,5)$ și $B = [2,9]$. Un număr care aparține mulțimii $A \cap B$ este:

a) −1
b) 2
c) 5
d) 9



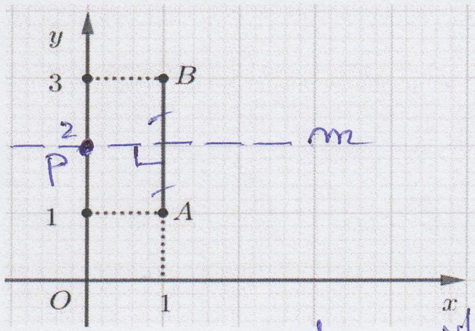
$\Rightarrow A \cap B = [2;5)$

Evident că și nr. naturale 3 și 4 erau „bune", dar nu sunt în grilă.

SUBIECTUL al II-lea

Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p **1.** Se consideră punctele $A(1,1)$ şi $B(1,3)$, reprezentate într-un sistem de axe ortogonale xOy. Coordonatele punctului de intersecţie a mediatoarei segmentului AB cu axa Oy sunt:

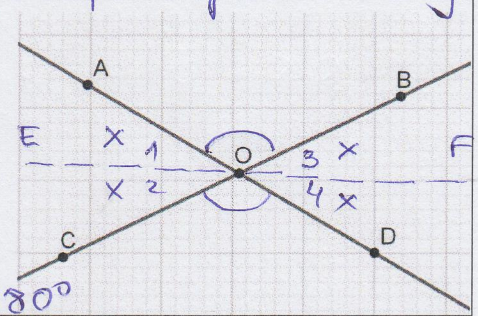


a) $(0,2)$
b) $(2,0)$
c) $(1, 2)$
d) $(2, 1)$

$P(0;2)$

Mediatoarea este $\perp$ pe segment în mijlocul segm.

5p **2.** În figura alăturată, unghiurile AOB şi COD sunt opuse la vârf. Măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor AOC şi BOD este egală cu:



a) 180°
b) 90°
c) 89°
d) 0°

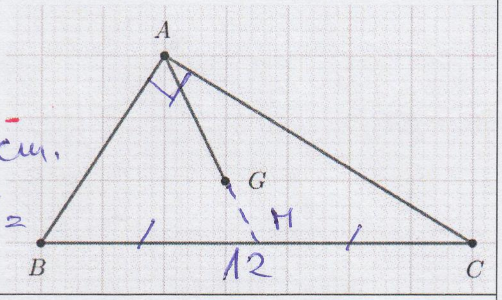
$\widehat{AOB} = \widehat{COD} \Rightarrow \widehat{AOC} = \widehat{BOD}$

$[OE$: bis $\Rightarrow \widehat{O_1} = \widehat{O_2} = x$

$[OF$: bis $\Rightarrow O_3 = O_4 = x$

$\widehat{EOF} = \widehat{AOB} + 2x = \widehat{COB} = 180^\circ$

5p **3.** Se consideră triunghiul dreptunghic ABC şi punctul G, centrul de greutate al triunghiului. Dacă lungimea ipotenuzei BC este de 12cm, atunci lungimea segmentului AG este egală cu:

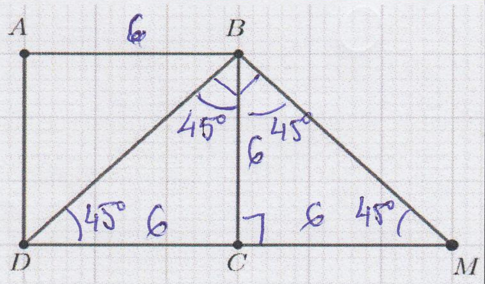


a) 2cm
b) 3cm
c) 4cm
d) 6cm

$AM = \frac{BC}{2} = \frac{12}{2} = 6$ cm.

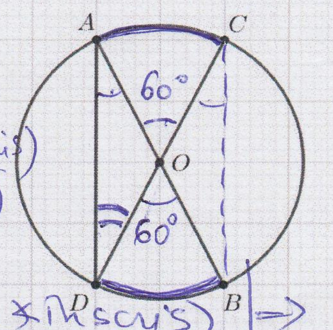
$AG = \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} \cdot 6 = 4$ (cm)

5p **4.** În figura alăturată este reprezentat un pătrat $ABCD$, cu $AB = 6\text{cm}$. Dacă dreptele BD şi BM sunt perpendiculare şi punctele D, C, şi M coliniare, atunci lungimea segmentului DM este egal cu:



a) 6cm
b) 8cm
c) 10cm
d) 12cm

5p **5.** În figura alăturată AB şi CD sunt diametre în cercul de centru O, iar măsura arcului mic BD este de 60°. Măsura unghiului CDA este de:



I: $\overset{\frown}{BD} = \overset{\frown}{AC} = 60^\circ$ (op. vf.)

$\Rightarrow \widehat{CDA} = 30^\circ$ (∢ înscris)

II: sau ΔOAD: isoscel ($OA = OD$ raze)

$\Downarrow$

$\widehat{OAD} \equiv \widehat{ODA} = \widehat{CDA}$

$\widehat{BAD} = \widehat{OAD}$; $\widehat{BAD} = 30^\circ$ ($= \frac{60^\circ}{2}$, ∢ înscris) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \widehat{CDA} = 30^\circ$.

a) 30°
b) 60°
c) 90°
d) 120°

5p **6.** În figura alăturată este reprezentat cubul $ABCDEFGH$. Diagonala bazei EG are lungimea egală cu $4\sqrt{2}$cm. Aria totală a cubului este egală cu:

a) 32cm^2

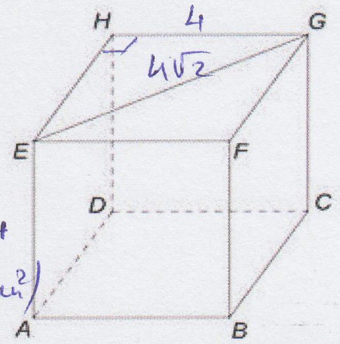
b) 48cm^2

c) 64cm^2

d) 96cm^2

$EG = 4\sqrt{2} \Rightarrow$ muchia cubului este de 4 cm

$\mathcal{A}_t = 6 \cdot \mathcal{A}_f = 6a^2 = 6 \cdot 4^2 = 6 \cdot 16 = 96\ (\text{cm}^2)$



SUBIECTUL al III-lea *Scrieți rezolvările complete.* **(30 de puncte)**

5p **1.** Dina are o sumă de bani. În prima zi cheltuiește $\frac{3}{4}$ din sumă, iar în a doua zi $\frac{1}{3}$ din rest, adică 12 lei.

(3p) a) Ce sumă de bani mai are Dina după cele două zile?

Notăm cu r suma „rest" rămasă pentru a doua zi. Avem $\frac{1}{3} \cdot r = 12 \Leftrightarrow r = 12 : \frac{1}{3} = 12 \cdot \frac{3}{1} = 36$ (lei). Cheltuind $\frac{1}{3}$ din sumă, adică 12 lei, îi rămân după cele două zile $36 - 12 = 24$ (lei)

(2p) b) Determină suma de bani avută inițial de Dina.

Notând cu x suma inițială, ținând cont că după ce cheltuie $\frac{3}{4}$ din x îi rămân cei 36 lei, aflați la punctul a), avem

$x - \frac{3}{4}x = 36 \Leftrightarrow 4x - 3x = 144 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 144$ (lei). Deci a avut inițial 144 lei.

5p **2.** Se consideră expresia $E(x) = (3x-1)^2 - 7(x+1)(x-2) - (x+3)^2$, unde x este număr real.

(2p) a) Arată că $(x+1)(x-2) = x^2 - x - 2$, pentru orice număr real x.

$(x+1)(x-2) = x^2 - 2x + x - 2 = x^2 - x - 2$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

(3p) b) Demonstrează că $E(x)=(x-2)(x-3)$, pentru orice număr real x.

$E(x)=(3x-1)^2-7(x+1)(x-2)-(x+3)^2=$

$=9x^2-6x+1-7(x^2-2x+x-2)-(x^2+6x+9)=$

$=9x^2-6x+1-7x^2+14x-7x+14-x^2-6x-9=$

$=x^2-5x+6=x^2-2x-3x+6=x(x-2)-3(x-2)=$

$=(x-2)(x-3)$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

Obs. Dacă nu „mergea" descompunerea $x^2-5x+6=\ldots$ puteam folosi ideea de la a), adică $(x-2)(x-3)=$
$=x^2-3x-2x+6=x^2-5x+6$.

5p **3.** Se consideră numerele reale $x=\left(\frac{2}{\sqrt{12}}+\frac{9}{\sqrt{27}}+\frac{6}{\sqrt{108}}\right)\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-1}$ și $y=\left(5^6\right)^3\cdot 25^3:125^8$.

(2p) a) Arată că $x=5$.

$x=\left(\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{2}_{1}\sqrt{3}}+\frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{3}_{1}\sqrt{3}}+\frac{\cancel{6}^{1}}{\cancel{6}_{1}\sqrt{3}}\right)\cdot\sqrt{3}=$

$=\left(\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{3}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\cdot\sqrt{3}=$

$=\frac{5}{\cancel{\sqrt{3}}_{1}}\cdot\cancel{\sqrt{3}}^{1}=5.$

Deci $x=5$.

$\sqrt{12}=\sqrt{4\cdot3}=2\sqrt{3}$

$\sqrt{27}=\sqrt{9\cdot3}=3\sqrt{3}$

$\sqrt{108}=\sqrt{36\cdot3}=6\sqrt{3}$

$\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-1}=\frac{1}{\frac{1}{\sqrt{3}}}=1:\frac{1}{\sqrt{3}}=$

$=1\cdot\frac{\sqrt{3}}{1}=\sqrt{3}$

(3p) b) Arată că produsul numerelor x și y este un număr natural prim.

$y=\left(5^6\right)^3\cdot25^3:125^8=$

$=\left(5^6\right)^3\cdot\left(5^2\right)^3:\left(5^3\right)^8=$

$=5^{18}\cdot5^6:5^{24}=5^{24}:5^{24}=1.$

$25=5^2$

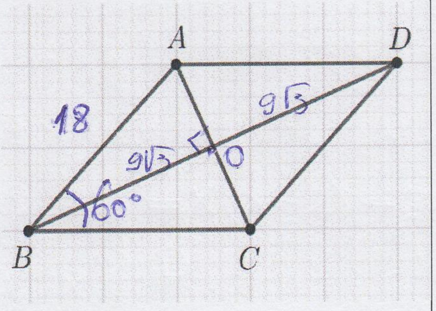
$125=5^3$

Avem $xy=5\cdot1=5$
5 e nr. natural prim $\Rightarrow$

$\Rightarrow xy=5$ e nr. natural prim.

5p **4.** Se consideră rombul $ABCD$, cu $AB = 18\text{cm}$ și $\sphericalangle ABC = 60°$.

(2p) a) Arată că perimetrul rombului $ABCD$ este egal cu 72cm.



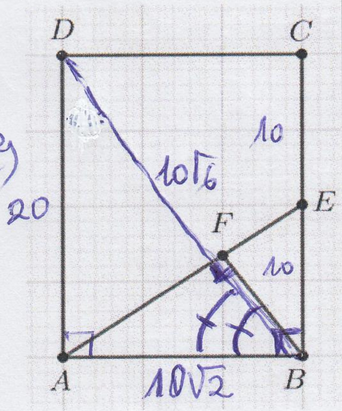
Rombul este paralelogramul cu toate laturile congruente.
$P_{ABCD} = 4l = 4AB = 4 \cdot 18 =$
$= 72$ (cm), q.e.d.

(3p) b) Arată că lungimea diagonalei BD este egală cu $18\sqrt{3}\text{cm}$.

Diagonalele rombului sunt perpendiculare și se înjumătățesc. Notăm cu O punctul de intersecție al diagonalelor. $\hat{B} = 60°$, $AB = BC \Rightarrow \Delta ABC$: echilateral.
BO e înălțime în ΔABC echilateral, deci
$BO = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{18\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$ (cm). $BD = 2 \cdot BO = 2 \cdot 9\sqrt{3} =$
$= 18\sqrt{3}$ (cm), c.c.t.d.

5p **5.** Se consideră dreptunghiul $ABCD$ cu $AB = 10\sqrt{2}\text{cm}$ și $BC = 20\text{cm}$. Punctul E este mijlocul laturii BC și punctul F este situat pe segmentul AE, astfel încât $BF \perp AE$.

(2p) a) Arată că aria dreptunghiului $ABCD$ este egală cu $200\sqrt{2}\text{cm}^2$.

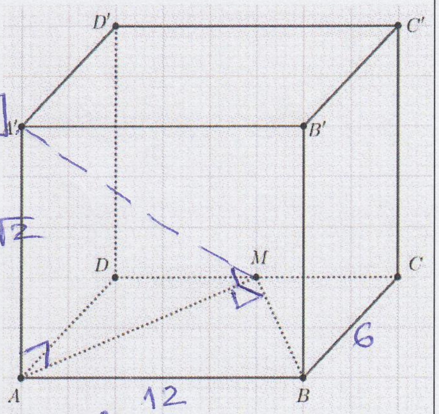


$\mathcal{A}_{ABCD} = L \cdot l = AB \cdot AD =$
$= 10\sqrt{2} \cdot 20 = 200\sqrt{2}$ (cm²)

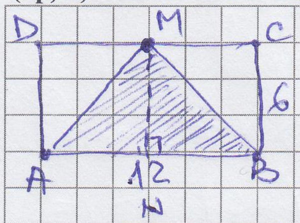
(3p) b) Demonstrați că punctele B, F și D sunt coliniare.

Cu T.P. în ΔBAE avem $AE^2 = AB^2 + BE^2 = (10\sqrt{2})^2 + 10^2 =$
$= 2 \cdot 10^2 + 10^2 = 3 \cdot 10^2 \Rightarrow AE = \sqrt{3 \cdot 10^2} = 10\sqrt{3}$ (cm).
Cu T. catetei în ΔABE avem $AB^2 = AE \cdot AF \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 200 = AF \cdot 10\sqrt{3} \Rightarrow AF = \frac{200}{10\sqrt{3}} = \frac{20}{\sqrt{3}} = \frac{20\sqrt{3}}{3}$ (cm)
În ΔFAB dr. în F avem: $\sin \widehat{ABF} = \frac{AF}{AB} = \frac{20}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{10\sqrt{2}} =$
$= \frac{2}{\sqrt{6}}$. Cu T.P. în ΔABD: $BD^2 = AB^2 + AD^2 = 200 + 400 =$
$= 600 \Rightarrow BD = 10\sqrt{6}$ (cm). $\sin \widehat{ABD} = \frac{AD}{BD} = \frac{20}{10\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{6}}$.
Atunci $\widehat{ABF} \equiv \widehat{ABD} \Rightarrow B, F, D$: coliniare, q.e.d.

5p **6.** În figura alăturată este reprezentat paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB = 12\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$ și $AA' = 6\sqrt{2}\text{cm}$. Punctul M este mijlocul muchiei CD .



(2p) a) Arată că aria triunghiului AMB este egală cu 36cm^2.



Fie N mijlocul lui [AB]

ADMN : pătrat ⇒

$\Rightarrow \begin{cases} AD = MN \\ MN \perp AB \end{cases}$ $\mathcal{A}_{\Delta AMB} = \frac{b \cdot i}{2} = \frac{AB \cdot MN}{2} = \frac{\cancel{12}^{6} \cdot 6}{\cancel{2}_{1}} = 36\ (cm^2)$, q.e.d.

(3p) b) Determină distanţa de la punctul A' la dreapta MB .

Distanța de la un punct la o dreaptă este egală cu lungimea perpendicularei din punct pe dreaptă.

ADMN : pătrat deoarece $AD = 6\ cm$, $DM = \frac{DC}{2} = \frac{12}{2} = 6\ (cm)$ și $AD \perp DM$. Atunci $AM = 6\sqrt{2}\ cm$.

Pe de altă parte MNBC : pătrat, $MB = 6\sqrt{2}\ cm$

ΔNAM și ΔNMB : dreptunghice isoscele ⇒

$\Rightarrow m(\widehat{AMB}) = \widehat{AMN} + \widehat{NMB} = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ \Rightarrow$

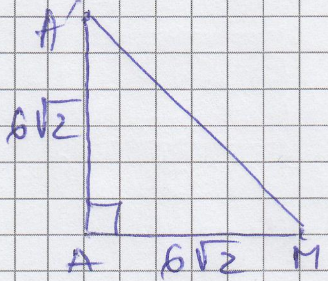
$\Rightarrow AM \perp MB$

Avem $A'A \perp (ABC)$, $AM \subset (ABC)$ $\xRightarrow{\text{T. „3⊥"}}$ $A'M \perp MB$, deci

$d(A', MB) = A'M$.

$$\left.\begin{array}{l} AA' \perp (ABC) \\ AM \subset (ABC) \end{array}\right\} \Rightarrow AA' \perp AM \Rightarrow \Delta A'AM \text{: dreptunghic}$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{cu } m(\hat{A}) = 90^\circ, \\ AA' = AM = 6\sqrt{2} \text{ cm} \end{array}\right\} \Rightarrow$$



$\Rightarrow \Delta A'AM$: dreptunghic isoscel $\Rightarrow$

$\Rightarrow A'M = AM\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 6 \cdot 2 = 12$ (cm)

Deci $d(A'; MB) = 12$ cm.