



MINISTERUL EDUCAȚIEI

CENTRUL NAȚIONAL DE POLITICI
ȘI EVALUARE ÎN EDUCAȚIE

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2020 - 2021

Matematică

Testul 6

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p 1. Rezultatul calculului $44 - 4 \cdot 4$ este egal cu:

a) 0
☒ b) 28
c) 60
d) 160

$44 - 4 \cdot 4 = 4 \cdot (11 - 4) = 4 \cdot 7 = 28$
sau $\begin{array}{r} 44 \\ -16 \\ \hline 28 \end{array}$

5p 2. Dacă $\frac{3}{x+1} = \frac{1}{674}$, atunci numărul real x este egal cu:

a) 3
b) 674
☒ c) 2021
d) 2022

$x+1 = 3 \cdot 674$
 $x+1 = 2022$
 $x = 2021$

5p 3. Produsul numerelor -18 și 3 este egal cu:

☒ a) -54
b) -21
c) -15
d) -6

5p 4. În tabelul de mai jos este prezentată oferta cu reduceri de prețuri pentru două produse, în funcție de numărul de produse cumpărate.

Produse	Preț la cumpărarea unei bucăți	Reducerea acordată la cumpărarea a 4 bucăți	Reducerea acordată la cumpărarea a 8 bucăți
Săpun	2,5 lei	10%	12%
Pastă de dinți	8 lei	20%	25%

Știind că un cumpărător a achiziționat 8 bucăți de săpun și 4 bucăți de pastă de dinți, prețul total plătit de acesta în urma aplicării reducerilor este:

a) 49,6 lei
b) 45,6 lei
☒ c) 43,2 lei
d) 32 lei

$8 \cdot 2,5 = 20,0$ (lei) fără reducere
 $100\% - 12\% = 88\%$, $\frac{88}{100} \cdot 20 = \frac{176}{10} = 17,60$ (lei)
 $4 \cdot 8 = 32$ (lei)
 $100\% - 20\% = 80\%$, $\frac{80}{100} \cdot 32 = \frac{256}{10} = 25,60$ (lei)
 $17,60 + 25,60 = 43,20$

5p 5. Maria scrie mulțimea formată din literele comune următoarelor trei cuvinte: matematică, gramatică, informatică. Numărul elementelor mulțimii scrise de Maria este egal cu:

a) 11
b) 10
c) 9
☒ d) 6

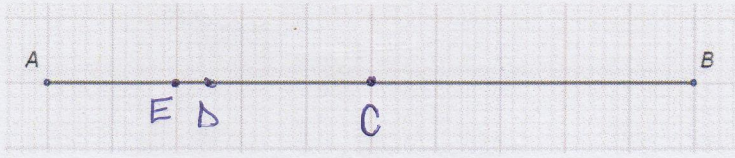
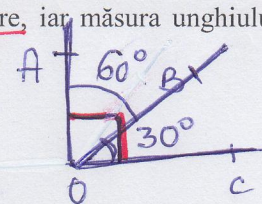
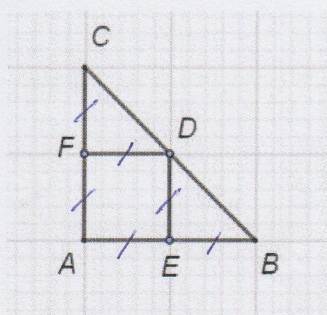
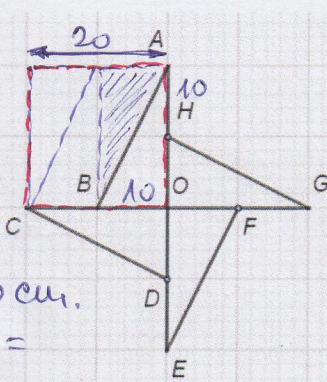
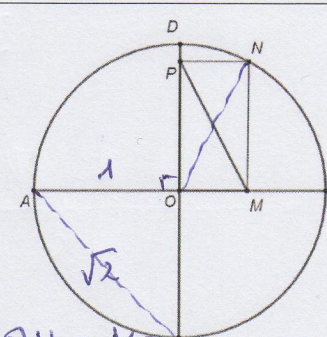
5p 6. Dintre următoarele secvențe de numere, cea care reprezintă o enumerare în ordine crescătoare este:

a) $-\sqrt{2}, -2, 2, \sqrt{2}$
b) $-\sqrt{2}, -2, \sqrt{2}, 2$
c) $-2, -\sqrt{2}, 2, \sqrt{2}$
☒ d) $-2, -\sqrt{2}, \sqrt{2}, 2$

SUBIECTUL al II-lea

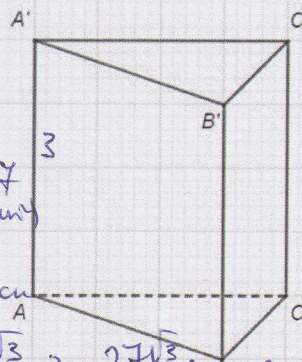
Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	1. În figura alăturată sunt reprezentate punctele distincte A și B. Andrei trebuie să poziționeze pe segmentul AB punctele C, D și E astfel încât $AB = 2 \cdot AC = 4 \cdot AD = 5 \cdot AE$. Ordinea pe dreapta AB a celor 5 puncte este: a) $A - C - D - E - B$ ☒ b) $A - E - D - C - B$ c) $A - C - E - D - B$ d) $A - E - C - D - B$ 
5p	2. Unghiurile AOB și BOC sunt adiacente <u>complementare</u>, iar măsura unghiului BOC este de 30°. Măsura unghiului AOB este egală cu: a) 15° b) 30° c) 45° ☒ d) 60° 
5p	3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul dreptunghic isoscel ABC cu ipotenuza BC. Punctele D, E și F sunt mijloacele laturilor BC, AB, respectiv AC. Perimetrul patrulaterului $AEDF$ este: ☒ a) egal cu suma lungimilor laturilor AB și AC b) mai mare decât suma lungimilor laturilor AB și AC c) mai mic decât suma lungimilor laturilor AB și AC d) mai mic decât lungimea laturii BC 
5p	4. În figura alăturată este reprezentată o morișcă despre care știm că este compusă din patru triunghiuri dreptunghice, congruente, AOB, COD, EOF și GOH, dispuse astfel încât punctele B, D, F și H sunt mijloacele segmentelor OC, OE, OG, respectiv OA. Știind că $AH = 10\text{ cm}$ și că cele patru triunghiuri au fost decupate dintr-un carton, fără pierderi de material, aria suprafeței cartonului era egală cu: a) 1 dm^2 ☒ b) 4 dm^2 c) 10 dm^2 d) 40 dm^2 Se decupează dintr-un pătrat cu latura de 20 cm. $A = l^2 = 20^2 = 400(\text{cm}^2) = 4\text{ dm}^2$ 
5p	5. Segmentele AB și CD sunt două diametre perpendiculare în cercul de centru O din figura alăturată. Punctul N aparține acestui cerc, iar punctele M și P aparțin segmentelor OB, respectiv OD, astfel încât patrulaterul $OMNP$ să fie dreptunghi. Dacă lungimea coardei AC este $\sqrt{2}\text{ cm}$, atunci lungimea segmentului MP este: a) 2 cm ☒ b) 1 cm c) $0,5\text{ cm}$ d) $\sqrt{2}\text{ cm}$ $AC = \sqrt{2}\text{ cm} \Rightarrow AO = R = 1\text{ cm}$ $OMNP$ dreptunghi $\Rightarrow ON = MP \Rightarrow MP = 1\text{ cm}$ Dar $ON = R = 1\text{ cm}$ 

- 5p 6. În figura alăturată este reprezentată o prismă triunghiulară regulată dreaptă $ABCA'B'C'$, de baze ABC și $A'B'C'$, cu muchiile AB și AA' egale. Știind că aria laterală a prisme reprezentate este egală cu 27cm^2 , volumul aceleiași prisme este egal cu:

- a) 3cm^3
b) 9cm^3
c) $\frac{27\sqrt{3}}{4}\text{cm}^3$
d) 27cm^3



$A_l = 3 \cdot A_{ABB'A'} = 27$
Deci $A_{ABB'A'} = 9$ (cm²)
 $ABB'A'$: pătrat $\Rightarrow AA' = 3$ cm
 $A_b = A_a = \frac{3^2\sqrt{3}}{4}$; $V = A_b \cdot i = \frac{3^2\sqrt{3}}{4} \cdot 3 = \frac{27\sqrt{3}}{4}$ (cm³)

SUBIECTUL al III-lea Scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p 1. Pe un lot cu suprafața de 48m^2 , un agricultor a cultivat cartofi. Întreaga recoltă obținută o vinde la piață cu 1,85 lei kilogramul și încasează 266,40 lei.

(2p) a) Verifică dacă întreaga recoltă este de 150 kg de cartofi.

Pentru 150 kg încasează $150 \cdot 1,85 = 277,50$ (lei).
Deci recolta nu este de 150 kg.
metoda a ii-a: $266,40 : 1,85 = \frac{26640}{185} = \frac{5328}{37} = 144$ (kg). Deci recolta a fost 144 kg.

(3p) b) Află câte kilograme de cartofi au fost recoltate de pe un metru pătrat. (Se consideră că producția este aceeași pe fiecare metru pătrat al lotului.)

Deja, cu metoda a ii-a de la a), am aflat că recolta a fost de 144 kg.

$48\text{m}^2 \dots 144\text{kg}$
 $1\text{m}^2 \dots x$

$x = \frac{1 \cdot 144}{48} = \frac{36}{12} = \frac{6}{2} = 3$ (kg).

R: De pe 1m^2 au fost recoltate 3 kg de cartofi.

- 5p 2. Se consideră expresia $E(x) = 2(x+3)^2 - (2+x)(x-2) - 2(5x+7)$, unde x este număr real.
(2p) a) Arată că $E(-2) - 8 = 0$.

$E(x) = 2(x^2 + 6x + 9) - (x^2 - 4) - 10x - 14 =$
 $= 2x^2 + 12x + 18 - x^2 + 4 - 10x - 14 =$
 $= x^2 + 2x + 8$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

$E(-2) = (-2)^2 + 2(-2) + 8 = 2 - 4 + 8 = 6$

Atunci $E(-2) - 8 = 6 - 8 = -2 \neq 0$, g. e. d.

(3p) b) Demonstrează că $E(x) \geq 7$, pentru orice număr real x .

$$E(x) = x^2 + 2x + 8 \text{ pentru orice } x \in \mathbb{R}.$$

$$E(x) \geq 7 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x + 8 \geq 7 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 8 - 7 \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 \geq 0 \text{ (A) pt. orice } x \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Deci } E(x) \geq 7 \text{ pentru orice } x \in \mathbb{R}.$$

5p 3. Se consideră numărul întreg $a = 2^{2048} - 2048^2$.

(2p) a) Arată că la împărțirea numărului 2048 cu 64 câtul este egal cu 2^5 .

$$2048 : 64 = 32 \text{ iar } 32 = 2^5$$

$$\begin{array}{r} 192 \\ \underline{= 128} \\ 128 \\ \underline{= = =} \end{array}$$

$$\text{Deci } 2048 : 64 = 2^5.$$

(3p) b) Arată că numărul a este un număr natural.

$$2048 = 2^{11}$$

$$a = 2^{2048} - 2048^2$$

$$2^{2048} \in \mathbb{N}; 2048^2 \in \mathbb{N}$$

$$\text{Atunci } a \in \mathbb{N} \text{ dacă } 2^{2048} \geq 2048^2$$

$$\text{Într-adevăr } 2^{2048} \geq 2048^2 \Leftrightarrow$$

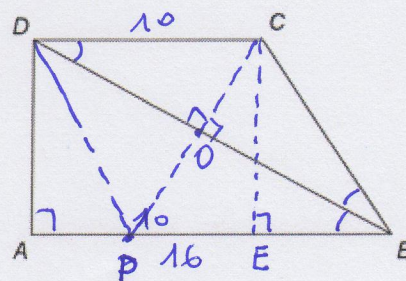
$$\Leftrightarrow 2^{2^{11}} \geq (2^{11})^2 \Leftrightarrow 2^{2^{11}} \geq 2^{22} \Leftrightarrow 2^{11} \geq 22 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2048 \geq 22 \text{ (A)}. \text{ Deci } a \in \mathbb{N}.$$

$$\begin{array}{r|l} 2048 & 2 \\ \hline 1024 & 2 \\ 512 & 2 \\ 256 & 2 \\ 128 & 2 \\ 64 & 2 \\ 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{array}$$

5p

4. În figura alăturată este reprezentat un trapez dreptunghic $ABCD$ cu $AD \perp AB$ și $AB \parallel CD$. Semidreapta BD este bisectoarea unghiului ABC , $AB = 16\text{ cm}$ și $CD = 10\text{ cm}$.



(2p) a) Știind că $E \in AB$ astfel încât $CE \perp AB$, demonstrează că $BE = 6\text{ cm}$.

$$\begin{array}{l|l} CD \parallel AB \Rightarrow CD \parallel AE & \\ DA \perp AB & \Rightarrow AECD: \text{paralelogram} \Rightarrow \\ CE \perp AB & \Rightarrow AD \parallel CE \end{array}$$

$$\Rightarrow AE = CD = 10\text{ cm.}$$

$$BE = AB - AE = 16 - 10 = 6\text{ (cm)}, \text{ g. e. d.}$$

Obs: $AECD$: paralelogram, $\hat{A} = 90^\circ \Rightarrow AECD$: dreptunghi.

(3p) b) Știind că P este punctul de intersecție a laturii AB cu perpendiculara din C pe dreapta BD , demonstrează că $DP \parallel BC$.

Ducem $CP \perp BD$ și notăm cu O intersecția lui BD cu CP .
Vom arăta că $DPBC$ este paralelogram (de fapt romb),
de unde se va obține că $DP \parallel BC$, g. e. d.

Intr-adevar avem:

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{ABD} \equiv \widehat{DBC} \text{ (} BD \text{ fiind bisectoarea lui } \hat{B} \text{)} \\ \widehat{ABD} \equiv \widehat{CDB} \text{ (alterne interne)} \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{DBC} \equiv \widehat{CDB} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \triangle CDB: \text{isoscel, cu } CD = CB. \} \Rightarrow CO: \text{mediănă} \Rightarrow OD = OB. \textcircled{1}$$

Avem, de asemenea, BO bisectoare în $\triangle BCP \Rightarrow \triangle BCP$: isoscel
 BO înălțime

și atunci BO este și mediănă, deci $OC = OP$ $\textcircled{2}$

Din $\textcircled{1}$ și $\textcircled{2}$ rezultă că diagonalele BD și CP se înjumătățesc,

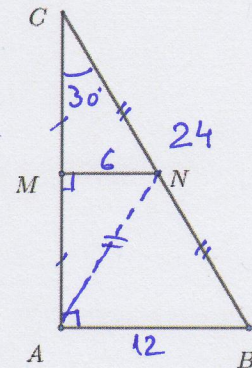
deci $DPBC$ este paralelogram, deci $DP \parallel BC$, g. e. d.

Obs: $DPBC$ e romb (are diagonalele perpendiculare).

- 5p 5. În figura alăturată punctele M și N sunt mijloacele laturilor AC , respectiv BC ale unui triunghi ABC dreptunghic în A , cu $BC = 24\text{ cm}$ și măsura unghiului C egală cu 30° .

(2p) a) Determină lungimea segmentului MN .

Cateta opusă unghiului de 30° este jumătate din ipotenuză, deci
 $AB = \frac{1}{2} \cdot BC = \frac{24}{2} = 12\text{ (cm)}$
 MN : linie mijlocie în $\triangle ABC \Rightarrow$
 $\Rightarrow MN = \frac{1}{2} AB = \frac{12}{2} = 6\text{ (cm)}$.
 Deci $MN = 6\text{ cm}$.



(3p) b) Calculează raportul dintre perimetrul triunghiului AMN și perimetrul triunghiului ABC .

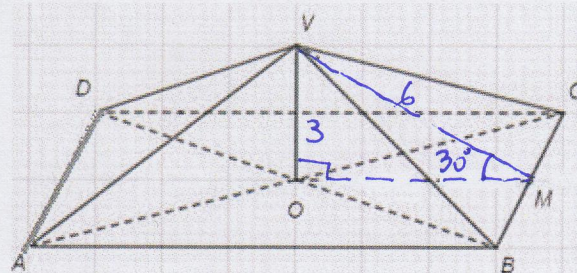
metoda I: $\triangle AMN \equiv \triangle CMN$ (c.c.)
 $\left\{ \begin{array}{l} MN: \text{cateta comună} \\ MN \parallel AB; AB \perp AC \Rightarrow MN \perp AC \text{ (dreptunghiice)} \\ MA = MC \end{array} \right.$
 $\triangle CMN \sim \triangle CAB$ (T.f.v) $\Rightarrow \frac{CM}{CA} = \frac{CN}{CB} = \frac{MN}{AB} = \frac{1}{2}$ (rap. de asemănare)
 $\triangle CMN \sim \triangle CAB$
 $\triangle AMN \equiv \triangle CMN \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle CAB$ având raportul de asemănare egal cu $\frac{1}{2}$. Atunci $\frac{P_{\triangle AMN}}{P_{\triangle ABC}} = \frac{1}{2}$. ①

metoda a II-a:

Mediana corespunzătoare ipotenuzei este $\frac{1}{2}$ din ipotenuză, deci $AN = \frac{BC}{2}$.

$P_{\triangle ABC} = AB + BC + AC = 2MN + 2AN + 2AM = 2(MN + AN + AM) = 2P_{\triangle AMN}$
metoda a III-a: Cu T.P. ne pot calcula laturile celor 2 $\triangle$... $\Rightarrow$ ①

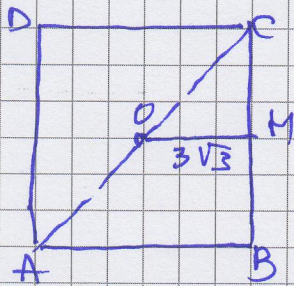
- 5p 6. În figura alăturată este reprezentat acoperișul unei case sub forma suprafeței laterale a piramidei patrulater regulate $VABCD$, de înălțime $VO = 3\text{ m}$, în care unghiul de înclinație a acoperișului, adică unghiul dintre planul unei fețe laterale și planul bazei are măsura egală cu 30° . Punctul M este mijlocul muchiei BC .



(2p) a) Arată că $AB = 6\sqrt{3}\text{ m}$.

$OM \perp BC$ (apotema bazei)
 $VM \perp BC$ (apotema piramidei) $\Rightarrow \widehat{(VBC);(ABC)} = \widehat{OMV} = 30^\circ$
 $VO \perp (ABC) \Rightarrow \triangle VOM$ dreptunghic în O ; $\widehat{M} = 30^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow VM = 2 \cdot VO = 2 \cdot 3 = 6\text{ (m)}$.
 Cu T. Pitagora în $\triangle VOM$ avem: $OM^2 = VM^2 - VO^2 = 6^2 - 3^2 = 36 - 9 =$

$$= 27 \Rightarrow OM = \sqrt{27} = 3\sqrt{3} \text{ (m)}.$$



$$AB = 2 \cdot OM = 2 \cdot 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3} \text{ (m)},$$

g.e.d.

(3p) b) Știind că acoperișul este realizat din tablă și că proprietarul casei dorește să-l vopsească într-un singur strat cu vopsea specială pentru tablă care se vinde la bidon de 3 litri care costă 125 de lei și care, conform specificațiilor producătorului, acoperă 12m^2 la utilizarea unui litru, determină prețul minim pe care trebuie să-l achite proprietarul pentru cumpărarea cantității de vopsea necesară la bidon de 3 litri. (Pentru justificare, se poate folosi inegalitatea $1,73 < \sqrt{3} < 1,74$.)

$$A_e = \frac{P_b \cdot a_p}{2} ; P_b = 4 \cdot AB = 4 \cdot 6\sqrt{3} = 24\sqrt{3} \text{ (m)}$$

$$a_p = VM = 6 \text{ m}.$$

$$A_e = \frac{24\sqrt{3} \cdot 6}{2} = 72\sqrt{3} \text{ (m}^2\text{)} ; 1,73 < \sqrt{3} < 1,74 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1,73 \cdot 72 < 72\sqrt{3} < 1,74 \cdot 72 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 124,56 < A_e < 125,28$$

$$\begin{array}{r} 1,74 \cdot \\ \underline{72} \\ 348 \\ 1218 \\ \underline{12528} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,73 \cdot \\ \underline{72} \\ 346 \\ 1211 \\ \underline{12456} \end{array}$$

Vom alege pentru suprafața acoperișului valoarea $A_e = 125,28 \text{ m}^2$, pt. a fi siguri că ne ajunge vopseaua. Câți litri de vopsea sunt necesari (1l pt. 12m^2).

$$125,28 : 12 = 10,44 \text{ (l)}.$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \underline{12} \\ 48 \\ \underline{48} \\ 0 \end{array}$$

Câte bidoane a 3l fiecare cumpărăm?

$$10,44 : 3 = 3,48 \dots$$

Trebuie 4 bidoane.

Cât costă cele 4 bidoane? $4 \cdot 125 = 500 \text{ lei}$.

Obs. Chiar dacă alegem $A_e = 124,56$ avem nevoie tot de 4 bidoane.